Otras miradas

Aportaciones de las **mujeres** a las **matemáticas**

Para integrar en el *curriculum* de Secundaria

CCOO
enseñanza

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \; u_k \in$$

$$(\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)$$

Otras miradas

Aportaciones de las **mujeres** a las **matemáticas**

Para integrar en el *curriculum* de Secundaria

Dirección y Coordinación;
Carmen Heredero de Pedro
Esther Muñoz Hernández

CCOO enseñanza

TÍTULO: Otras miradas
Aportaciones de las mujeres a las matemáticas
Para integrar en el *curriculum* de Secundaria

EDITA: Federación de Enseñanza de CCOO
Pza. de Cristino Martos, 4, 4º. 28015 Madrid

DIRECCIÓN Y COORDINACIÓN:
Carmen Heredero de Pedro y Esther Muñoz Hernández

ORIENTACIÓN ACADÉMICA:
Teresa Corcobado Cartes

AUTORÍA: CIMAK C.B.
Inés de Francisco Heredero
Cristina García Menéndez
María Martínez Menéndez
Catalina Mijares Rilla

ILUSTRACIONES: Ángel García Gómez

COORDINACIÓN TÉCNICA: FOREM

ISBN: 978-84-695-1129-9

Diseña, maqueta y realiza: Pardedós

Imprime: Clarodigital

Depósito Legal: M-49704-2011

Preámbulo

Para la Federación de Enseñanza de CCOO la defensa de una enseñanza de calidad ha sido y es una muy fundamental seña de identidad. Y uno de los rasgos que definen nuestro concepto de calidad en la enseñanza es el que esta sea coeducativa.

No es nueva la preocupación de la Federación de Enseñanza de CCOO por la coeducación, preocupación que se ha plasmado en múltiples de los aspectos que implica el objetivo de conseguir que en nuestros centros educativos se lleve a la práctica una educación en y para la igualdad de los sexos.

Desde nuestra condición de sindicato, hemos trabajado en la exigencia a las administraciones educativas para que fomenten esa práctica mediante el establecimiento, por ley, de la igualdad como objetivo y fin del sistema educativo, la formación del profesorado o la dotación de recursos materiales y humanos para los centros.

Pero no nos hemos conformado con la reivindicación, que hemos hecho y seguiremos haciendo. Nuestra actividad también ha estado dirigida, a partir del estudio y el debate realizados en el seno de nuestra organización, a la elaboración de una alternativa coeducadora, que hemos procurado transmitir al conjunto del profesorado de nuestro país, mediante jornadas y cursos formativos, artículos de opinión en las revistas profesionales o mediante la elaboración de materiales para la formación del profesorado en coeducación.

En esta ocasión, y gracias al convenio que la Federación de Enseñanza de CCOO ha firmado con el Instituto de la Mujer, nos proponemos ayudar al profesorado en su tarea educativa, aportando un material que busca cubrir las insuficiencias de los libros de texto en relación con la necesaria visibilidad de las mujeres y de sus aportaciones a la historia de la humanidad, lo que, sin duda, revertirá en una mejor formación de nuestros alumnos y alumnas.

Todos los beneficios asociados al fomento de la educación en igualdad justifican por sí mismos el esfuerzo de cuantos estamos implicados en la tarea educativa.

José Campos. Secretario General

$$G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u),$$

$$(\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)_0$$

Presentación

Históricamente relegadas de la educación, de la política, de la participación social… de la ciudadanía, la sociedad ha impuesto a las mujeres el ejercicio de unos roles muy definidos, relacionados normalmente con el cuidado, la educación de los hijos e hijas, la alimentación, la familia… las tareas del ámbito privado, doméstico. Un ámbito importante, sin el que no existiría todo lo demás, pero desvalorizado socialmente.

Ahora bien, desde los inicios de la civilización encontramos a mujeres que han luchado por salir de la esfera de lo privado y ser reconocidas en el ámbito público. Ha sido una tarea muy complicada que ha de reconocerse a mujeres de todos los siglos y clases sociales. Solo algunas lo han tenido un poco más fácil, debido a unas especiales condiciones familiares favorables. Aun así, la historia volvió a discriminarlas invisibilizando su nombre y sus aportaciones a la Cultura de la humanidad.

Esta histórica ocultación de las mujeres sigue siendo la norma general en nuestra sociedad y los manuales de texto que utilizamos siguen caracterizándose por un androcentrismo que explica la vida desde el punto de vista de los hombres, pretendiendo que ese es el exclusivo punto de vista existente. Se oculta a muchas mujeres que han aportado conocimientos tanto o más importantes que los de ellos, pero también se invisibiliza la propia actividad adjudicada socialmente a las mujeres, despreciándola como objeto de aprendizaje.

Iniciamos con esta publicación la colección *Otras miradas*, las miradas al mundo de muchas mujeres que han sido relegadas, silenciadas, discriminadas, pero que, por fortuna, gracias a la labor de nuevas investigaciones, vamos rescatando y procurando que se las conozca y valore. Incorporar su vida y su obra al *curriculum* académico supone, además de hacerles justicia, combatir el androcentrismo de la ciencia y ofrecer a nuestras jóvenes modelos femeninos con que identificarse.

Esta colección va dirigida a profesores y profesoras de los Centros educativos de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, y Formación Profesional, para animarles y ayudarles a cubrir las carencias de los libros de texto que nos ofrece el mercado editorial, manuales ajenos, por lo general, a la promoción de la imagen de las mujeres en contextos que no sean los estereotipados papeles femeninos vinculados al hogar y los cuidados. El esfuerzo del profesorado en la sensibilización y en la transmisión de la igualdad como valor básico y, por tanto, en desterrar los estereotipos sexistas, es una tarea ineludible.

Queremos contribuir a llevar a la práctica en nuestros centros educativos uno de los principios en que se inspira nuestra máxima ley educativa, la LOE: el desarrollo de la igualdad de derechos y oportunidades y el fomento de la igualdad efectiva entre hombres y mujeres.

Este primer volumen que inicia la colección lleva por título *Aportaciones de las mujeres a las matemáticas. Para integrar en el* curriculum *de Secundaria*. Le seguirá un segundo volumen referido a las aportaciones de las mujeres a la lingüística y a la literatura. Y confiamos en poder continuar la elaboración de otros volúmenes para el resto de las materias de las etapas de Enseñanza Secundaria.

Por último, queremos agradecer a cuantas personas han hecho posible esta publicación y, en especial, al Instituto de la Mujer, por la confianza depositada en la Federación de Enseñanza de CCOO, al firmar el convenio que la motiva, y a su Directora de Programas de Educación, Carolina Suárez García, por su entusiasta colaboración en la resolución de cuantos interrogantes de índole administrativo nos han surgido.

Madrid, diciembre de 2011.
Carmen Heredero y Esther Muñoz.

Introducción

Esta Guía se realiza con el propósito de suplir las insuficiencias existentes en los actuales manuales de texto utilizados en el ámbito docente, en relación con la transmisión de contenidos que visibilicen a las mujeres y sus aportaciones en el ámbito de las matemáticas, campo especialmente adjudicado a los varones, incluso en nuestros días. Con ello pretendemos aportar un mayor, mejor y más justo conocimiento de la historia del saber y de sus protagonistas.

Se pretende dejar constancia del esfuerzo y de las aportaciones de mujeres matemáticas, a lo largo de la historia, para que el alumnado las conozca e identifique. Para ello, hemos escogido a 13 mujeres, de entre muchas que existen, porque creemos que sus propias vidas y sus aportaciones matemáticas son elementos de indudable interés para la formación, tanto en conocimientos como en valores, de los y las estudiantes. En base a esos dos aspectos se pueden plantear dinámicas y ejercicios para trabajar en la clase de matemáticas.

La guía se ha estructurado de manera cronológica, según la fecha de nacimiento de cada una de las mujeres. Así pues, la relación de autoras que encontraremos será la siguiente:

Theano (s. VI a.C.)
Hipatia (370-415)
Émilie de Châtelet (1706-1749)
María Gaetana Agnesi (1718-1799)
Sophie Germain (1776-1831)
Mary Somerville (1780-1872)
Ada Lovelace Byron (1815-1852)
Florence Nightingale (1820-1910)
Sofía Kovalevski (1850-1888)
Grace Chisholm Young (1868-1944)
Mileva Maric (1875-1948)
Amalie Emmy Noether (1882-1935)
Grace Murray Hopper (1906-1992)

A su vez, cada autora se ha estructurado en los siguientes epígrafes:

Su contexto. En el que se sitúa a la protagonista en el contexto más cercano: familia, sociedad, país…

Biografía. Se explica el desarrollo de su vida de manera cronológica, recogiendo las dificultades a las que cada una tuvo que enfrentarse.

Aportaciones. En este apartado se detallan los principales descubrimientos y teorías matemáticas y científicas de cada una de las autoras, de incalculable valor matemático y de utilidad en el aula.

Propuestas de ejercicios para el alumnado. Se proponen una serie de ejercicios para trabajar las aportaciones de cada autora, con los que se pretende fomentar tanto la capacidad de razonamiento del alumnado, como la comprensión de conceptos y procedimientos propios de la actividad matemática, para aprender a plantear y resolver problemas a través de enunciados que fomenten la conciliación y la coeducación, utilizando términos neutros que engloben a hombres y mujeres o proponiendo la elaboración de gráficas, estadísticas y probabilidades, con perspectiva de género.

No se ha establecido una recomendación por curso o etapa, ya que consideramos que cada profesor o profesora conoce el nivel de su alumnado y será quien mejor pueda aplicar –o adaptar- las propuestas de ejercicios que planteamos, según estime conveniente.

Tras las páginas que dedicamos a estas trece mujeres, recogemos un listado con algunas otras de las que sabemos de su existencia, si bien no contamos con las investigaciones necesarias para dar cuenta de su vida y su trabajo. El interés por el conocimiento de la historia de las mujeres es reciente y aún queda mucho por hacer.

Así, el salto cronológico existente entre los Siglos V a XVIII, se debe a distintos factores: por un lado, se conservan muy pocos datos y documentos de mujeres científicas de esos años, y por otro, la ciencia y la tecnología aún no habían despegado. Animamos al profesorado a complementar este material didáctico y a investigar las aportaciones de otras mujeres que hayan desarrollado sus trabajos en esa etapa de la historia.

Como características comunes a muchas de las matemáticas objeto de análisis y reflexión en esta guía, podríamos destacar las siguientes:

- Casi todas ellas son mujeres instruidas, inteligentes y creativas, provenientes de una alta posición social, lo que favoreció su educación y formación, posición que, sin duda, supieron aprovechar.

- También cabe destacar que durante muchos siglos estuvieron excluidas de la educación formal, en clara desventaja frente a los varones. Se las discriminaba y se las consideraba incapaces para comprender la ciencia.

- Otra característica común es que se las reconoce más que por sus inmensas contribuciones, por su alta posición en la sociedad –Ada Byron, condesa de Lovelace, Gabrielle Émilie de Breteuil, marquesa de Châtelet-; o por sus relaciones conyugales, como le pasó a Theano, la esposa de Pitágoras en la Antigüedad, o a Mileva Maric, esposa de Einstein; por seudónimos, como le sucedió a la bruja Agnesi, o bajo sus iniciales -A.A.L., siglas con las que Ada Byron firmaba sus trabajos-.

- También es común el que sus aportaciones hayan quedado diluidas en trabajos de otras personas como le sucedió a Grace Chisholm Young, que es difícil distinguir su aportación de la de su marido, o a Emmy Noether, que sus obras han quedado repartidas entre sus mentores/as y sus discípulos/as, lo que dificulta mucho la investigación del alcance de sus descubrimientos.

- Además, tras investigar en su biografía y en su obra, se ha observado que algunas de ellas trabajaban con un objetivo didáctico, motivadas por el deseo de compartir sus conocimientos e instruir en la ciencia matemática a cualquier persona.

Tras ellas se exponen las fuentes y la bibliografía que hemos utilizado. Como puede verse, es abundante, por lo que puede permitirnos un trabajo de profundización o de investigación que podemos encargar a nuestros alumnos y alumnas.

Puesto que las ilustraciones elaboradas por Ángel García Gómez, que se anteponen al texto que dedicamos a alguna de nuestras matemáticas, están diseñadas en función de sus aportaciones, presentamos un anexo con las explicaciones pertinentes.

Al texto en formato papel se acompaña un cd-rom que incluye el contenido del libro más uno o dos textos por cada matemática y un listado de los *link* que nos conducen a páginas web que consideramos de interés para una posible profundización en los contenidos de esta publicación.

Esta guía es resultado de la identificación, estudio, evaluación, y análisis de la legislación sobre contenidos mínimos para ESO, Bachillerato y FP, de los libros de texto actuales, así como de las fuentes consultadas para elaborar los contenidos que se tratan en la misma.

Con ella, creemos, se podrá contribuir a la mejora del sistema educativo, integrando en los planes de estudio la presencia de mujeres relevantes en el área de las matemáticas; contribuiremos a hacerlas visibles y a que se vean reconocidas sus aportaciones al desarrollo de la sociedad. Asimismo, el alumnado y el profesorado podrán completar sus conocimientos.

Las autoras.

Índice

$$G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad u_k \in$$

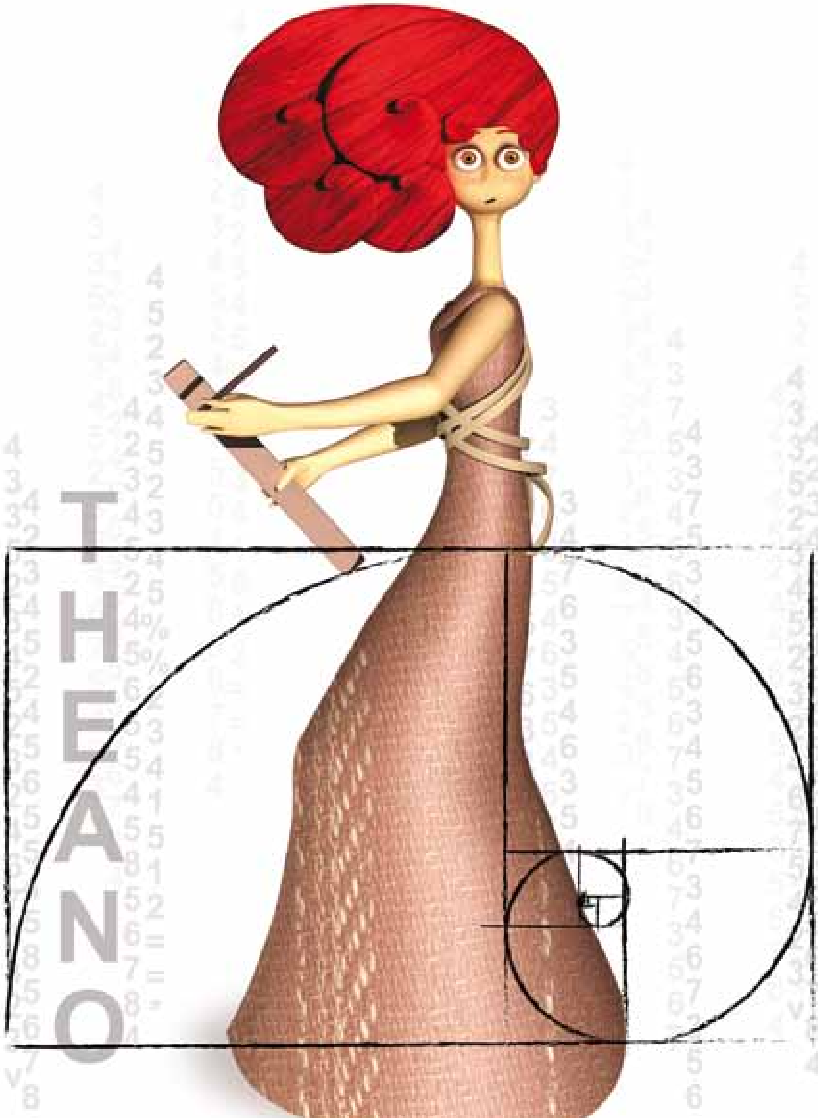
$$(\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)_0$$

A nuestras madres y
a todas las madres que se han desvelado
por el acceso de sus hijas
a la educación y a la cultura.

$$G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)_0$$

LAS MATEMÁTICAS

$$),\ G(u) = \prod_{k=1}^{\mu}(u + u_k)\,G_0(u),\quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}\right.$$


THEANO

$$),\ G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k)\, G_0(u),\quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)$$

Theano,
(S. VI a.C)

El número como esencia del universo

Theano es una de las primeras mujeres matemáticas de las que históricamente se tienen datos. La situamos en la Antigua Grecia, en el siglo VI a.C. A pesar de su trascendencia, es una desconocida para nosotros, al haber sido más famosa la figura de su marido, el matemático Pitágoras. Alumna destacada de la Escuela Pitagórica, a su muerte seguirá al mando de esta, junto con sus hijas. Además de contribuir a la extensión de la doctrina de su esposo, fue autora de varios tratados de matemáticas, física y medicina. Su obra principal serán sus aportaciones sobre la proporción áurea.

Su contexto

En la Antigua Grecia, al periodo comprendido entre el siglo VIII a. C y el siglo V a. C se le denomina Época Arcaica. Se inicia este periodo con la salida de la llamada Edad Oscura -caracterizada por la magia, las leyendas y los mitos-, con la búsqueda de respuestas basadas en la razón.

Pitágoras creó la escuela que llevará su nombre en el siglo VI a.C. Esta época, de expansión y contacto con otras culturas, llevó a la necesidad de unas explicaciones más racionales y lógicas que las que hasta entonces había proporcionado la mitología. Por ello, en la Escuela Pitagórica surgiría, como alternativa, el estudio de la filosofía, las matemáticas, la astronomía, la música y la medicina.

Pitágoras romperá con la tradición social establecida que dejaba a las mujeres fuera de cualquier actividad pública y cultural y permitirá que estas formen parte de su Escuela. Algunos historiadores creen que esto se debe a que fue, precisamente, una mujer, la que lo adoctrinó moralmente, una sacerdotisa délfica llamada Temistoclea. También puede ser que Pitágoras estuviese influenciado por culturas diferentes, que le proporcionaron otros puntos de vista, ya que viajó por Egipto y Babilonia y se cree que en estos pueblos las mujeres tenían cierta libertad.

> “Dicearco dice que cuando Pitágoras vino a Italia y llegó a Crotona fue recibido como un hombre de notable poder y experiencia, debido a sus muchos viajes, y como un hombre bien dotado por la fortuna, en cuanto a sus rasgos personales. Tenía un aire libre y magnífico. Su voz, su carácter y todas sus demás cualidades poseían gracia y armonía en abundancia. Fue capaz, en consecuencia, de organizar la ciudad de Crotona de tal manera que, después de haber convencido con nobles discursos al Consejo de los Ancianos en el gobierno, a petición de estos, hizo también las adecuadas exhortaciones a los jóvenes, se dirigió después a los niños, traídos desde las escuelas, y por fin, a las mujeres, tras haber convocado también una reunión de las mismas.” (Kirk, Raven y Schofield, s/f:22)

Lo importante es que en la Escuela Pitagórica, mujeres y hombres tenían los mismos derechos, la propiedad era comunal y se compartían los conocimientos. Las mujeres que pertenecieron a esta Escuela desafiaron el rol que la sociedad les había impuesto, logrando el acceso a lugares que solo tenían los hombres.

La Escuela se dedicó, entre otras cosas, al estudio de los números. Creían que todo podía ser formulado matemáticamente y que en el número residía el orden esencial. Se les atribuye el descubrimiento de los números irracionales, teorías sobre la proporcionalidad y diferentes estudios sobre polígonos y poliedros. Establecieron la demostración como método matemático deductivo y realizaron importantes estudios sobre astronomía y geometría.

Algunos filósofos posteriores mencionan la existencia de 17 mujeres pitagóricas, otros citan al menos a 28[1]. Entre ellas podemos destacar a Damo, Myia, Fintis, Melisa, Tymicha, Perictione (madre de Platón), Aesara de Lucania y Fintis. Es difícil conocer con exactitud a quién pertenecía cada obra o descubrimiento, ya que todo lo asumía la colectividad y se realizaba en nombre del maestro, pero las mujeres también formaban parte de ella y participaron activamente en las investigaciones y obras. Al ser mujeres que no respondían a la costumbre y roles de su época, los historiadores se han interesado más por su vida personal y lo adecuado o no de su comportamiento, que por sus aportaciones intelectuales.

Los descubrimientos pitagóricos eran guardados como grandes secretos dentro de la comunidad. Hay leyendas que narran las persecuciones que sufrieron los miembros de la Escuela, para que estos misterios científicos fuesen rebelados. Destaca la historia de una pitagórica, nacida en el siglo V a. C, llamada Tymicha. Ella y su marido Milias fueron llevados ante el tirano Dionisio I, el cual les interrogó y amenazó. Timicha, antes de revelar los secretos, se cortó la lengua con los dientes y se la escupió al tirano[2].

1 La Escuela llegó a contar con 300 personas. El número de mujeres que formaron parte de ella no es muy elevado, pero tiene la importancia de permitir el acercamiento de estas a un espacio reservado a los varones.

2 Esta era una de las maneras en las que las mujeres desafiaban a la autoridad.

Biografía

Theano nace en Crotona. Es hija de un mecenas llamado Milón, el cual quería que su hija se instruyera. Cuando Pitágoras se establece en Crotona y funda la Escuela, Milón decide enviarla con él, para su formación. Pronto empezará a destacar como alumna más aventajada y, con el tiempo, llegará a convertirse en profesora.

Theano se casará con Pitágoras, con el que tendrá dos hijos -Telauges y Mnesarcus- y tres hijas -Arignote, Damo y Myia-. Se les educará también en la doctrina pitagórica con la convicción de que, al menos en el intelecto, hombres y mujeres eran iguales.

Pitágoras tenía plena confianza en las mujeres de su casa. Testimonios de la época cuentan que llegó a encomendar el cuidado de sus *Comentarios* a su hija Damo, pidiéndole que no se los revelase a nadie y ella así lo hizo, a pesar de poder venderlos por mucho dinero.

Aunque el carácter secreto y común de los conocimientos entre las y los pitagóricos hace difícil determinar a quién pertenecen las obras, los historiadores atribuyen a Theano varios escritos de matemáticas, física, medicina y un destacado tratado sobre el número de oro. También se le atribuyen, junto a sus hijas, algunos tratados sobre moralidad, castidad, y virtudes como la prudencia, la justicia y la templanza. Además, tuvieron fama de ser importantes curanderas.

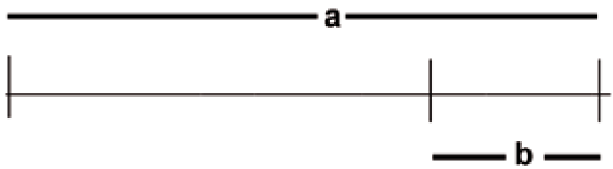
La Comunidad Pitagórica tuvo mucho poder en Crotona y esto originó la rebelión de la población en su contra. Algunas personas que formaban parte de la Escuela perderán su vida, entre ellas Pitágoras, otras intentarán huir. Theano, con la Escuela destruida y sus miembros exiliados, conseguirá ponerse al frente como su directora y, con la ayuda de sus hijos e hijas, continuará difundiendo los conocimientos pitagóricos por Grecia y Egipto.

Aportaciones

Número Áureo

Entre las obras que los historiadores atribuyen a Theano, destacan sus aportaciones sobre el número áureo o de oro. Este número es una de las soluciones de la ecuación de segundo grado que resulta de hacer una proporción entre segmentos denominada proporción áurea por su belleza geométrica. El número de oro es un número irracional (decimal, infinito, no periódico) que se obtiene al establecer una proporción entre segmentos con las siguientes características:

Sean **a** y **b** segmentos



tales que: **a / b = b / a - b**

O dicho de otra manera... *el todo es a la parte como el todo es a lo que queda* (Figueiras, 1998)

Por lo que:

$$a\,(a-b) = b^2 > a^2 - ab = b^2 > a^2 - ab - b^2 = 0$$

Tomando **a** como incógnita y **b** como un valor cualquiera o coeficiente, reconoceremos la fórmula característica de la ecuación de segundo grado, por lo que:

$$a = \frac{b \pm \sqrt{b^2+4b^2}}{2} = \frac{b \pm 5\sqrt{b^2}}{2} = \frac{b + b\sqrt{5}}{2} = \frac{b\,(1+\sqrt{5})}{2}$$

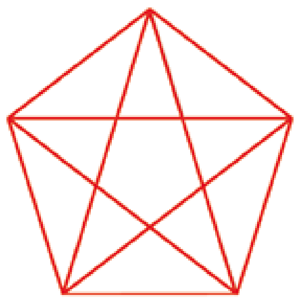
Como el cociente ha de ser positivo por ser un cociente entre longitudes, tendremos que tomar el valor positivo. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = 1{,}618$$

Los pitagóricos desarrollaron esta proporción con el estudio de algunos polígonos regulares tales como el pentágono regular y el decágono regular, así como con uno de los llamados poliedros platónicos, el icosaedro.

Estrella pentagonal pitagórica

El polígono estrellado de cinco puntas que se obtiene trazando las diagonales de un pentágono regular se conoció como estrella pentagonal pitagórica y fue el símbolo secreto de los pitagóricos.

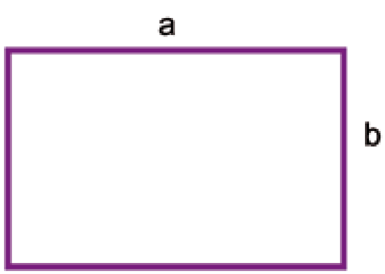


El número de oro se obtiene al dividir la longitud de cualquiera de las diagonales, entre la longitud de uno de los lados. El resultado será siempre 1,618

Rectángulo de Oro

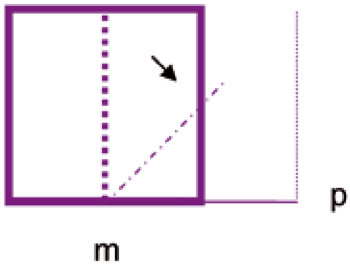
La proporción áurea, que ya había aparecido en algunas construcciones egipcias también fue muy apreciada en el Renacimiento, donde se la denominó *Divina Proporción*, utilizándose tanto en arquitectura como en el desarrollo armonioso de la figura humana (Hombre de Vitrubio de Leonardo da Vinci, o el David de Miguel Ángel)

Un rectángulo de proporción áurea será aquel en el que, si dividimos el lado mayor entre el menor, obtenemos nuevamente 1,618…



$$\frac{a}{b} = 1{,}618$$

Para su construcción partimos de un cuadrado. Desde el punto medio de la base del cuadrado (m) trazamos una circunferencia cuyo radio es lo que mide el lado del cuadrado. Obtenemos un punto, fuera de la base del cuadrado (p) que nos indicará la perpendicular que trazaremos para conseguir, el rectángulo de proporción áurea.



Theano, al igual que el resto de la Escuela, creía en el número como esencia del Universo. En la búsqueda de la armonía y de la perfección, este número será utilizado en numerosas obras de arte posteriores. Así, Fidias, famoso escultor griego, utilizará el rectángulo de proporción áurea en la fachada del Partenón y en diferentes medidas del edificio.

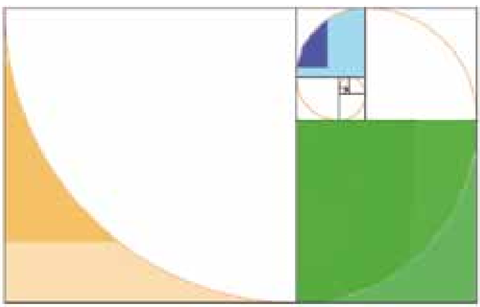
Esta divina proporción aparece también en el cuerpo humano, en el que todas las partes guardan relación con la proporción áurea. Así, la relación entre la altura total de una persona y la altura entre el ombligo y el suelo están en proporción áurea. O la distancia entre el nacimiento del pelo y el mentón y la distancia entre el nacimiento del pelo y los labios.

Los conocimientos de la Escuela Pitagórica han llegado hasta nuestros días gracias a la labor de difusión de Theano. Además de colaborar con su marido Pitágoras en las investigaciones de este, Theano destacó por su sabiduría y participó activamente escribiendo varios tratados, destacando su formulación de la proporción áurea. Esta proporción, se considera la medida de los ideales de perfección y belleza griegos que hoy en día siguen utilizándose. Theano es el símbolo más antiguo de que las matemáticas también pueden ser femeninas.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Se necesitará un metro para realizar este ejercicio que se desarrollará por parejas. Las dos personas se medirán mutuamente, primero su altura total y luego la distancia del ombligo al suelo. Se apuntarán los resultados para calcular, mediante la división de las dos longitudes, cuál es su proporción. Siguiendo los ideales de belleza griegos, el alumno o alumna que más se aproxime al número de oro (1,618) será el/la más armonioso/a. (Los resultados obtenidos se situarán entre 1,5 y 1,7).

2.- Intentaremos trazar la espiral, con la utilización de rectángulos áureos. Si a un rectángulo áureo, le quitamos el cuadrado, nos queda otro rectángulo más pequeño, que continúa siendo áureo. Si realizamos esta operación varias veces, podremos trazar una espiral con facilidad.



3.- En la actualidad, la divina proporción sigue utilizándose en construcciones, esculturas y en diferentes obras de arte. También la encontramos en objetos y en la naturaleza. Por ejemplo en las tarjetas de crédito o en los caracoles de mar. Haz una lista de los diferentes objetos y elementos de la naturaleza en los que podemos observar esta proporción.


HIPATIA

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Hipatia,

(370–415)

La defensa del racionalismo científico

Nace en Alejandría en el siglo IV. Hija de Teón, director del Museo de Alejandría, destacará por sus conocimientos en matemáticas, astronomía y filosofía, que enseñará a los ciudadanos de la aristocracia. Su defensa del racionalismo científico griego, su condición de mujer y sus convicciones paganas, la colocarán en una situación peligrosa, en un contexto de graves conflictos políticos y religiosos. Entre sus obras destaca su *Comentario sobre la Aritmética de Diofanto, Comentario sobre la geometría de las cónicas de Apolonio, Elementos de Geometría de Euclides, Canon de Astronomía* y la creación de un hidroscopio y de un astrolabio plano.

Su contexto

Hipatia nace en Alejandría en el siglo IV[1] de nuestra era. Esta ciudad, fundada por Alejandro Magno en el año 332 a.C., se convirtió en centro de la cultura griega, ofreciendo así a Hipatia la oportunidad de formarse en matemáticas, astronomía y filosofía.

Alejandro Magno había sido alumno de Aristóteles, le apasionaba la ciencia y soñaba con hacer de Alejandría la ciudad más próspera de Egipto, convirtiéndola en centro cultural e intelectual. Alejandría tenía una situación geográfica privilegiada. Construida en la desembocadura del Nilo y abierta al mar, se convertirá en el punto principal de intercambio comercial y cultural de Egipto.

El sucesor de Alejandro Magno, Ptolomeo, continuará su idea y construirá dos de los edificios claves en Alejandría: el faro, considerado una de las siete maravillas del mundo antiguo, y el "Museo o Templo de las Musas", que será el símbolo de la institución científica más importante del período helenístico y que albergará la famosa Biblioteca de Alejandría.

En el año 30 a.C. los romanos entran en Egipto con Octavio[2] al mando. Alejandría seguirá siendo la capital de la provincia romana de Egipto donde confluirán egipcios, griegos, orientales, romanos y judíos. La cultura griega era admirada por los romanos, por lo que la conquista no supuso su pérdida, sino su continuidad y la expansión de la llamada cultura grecorromana. Los emperadores romanos, herederos así de la cultura helénica, permitieron en un principio, y adoptarán incluso, el culto pagano y pluriteista de los griegos, protagonizando persecuciones contra cristianos y judíos, defensores de la creencia en un dios único.

Tras numerosos conflictos entre las religiones, el Edicto de Milán en el año 313 permitirá la libertad de todas las opciones religiosas en el Imperio Romano. Esto supuso la expansión del cristianismo de manera paulatina; se

1 La situamos en el periodo helenístico griego, que comprende desde el año 323 a.C., hasta el 476 d.C. Este período, que se inicia con la muerte de Alejandro Magno, será la época de transición de la cultura de la Grecia Clásica hacia el poder del Imperio Romano y termina en el 476, fin del Imperio de Occidente.

2 Será posteriormente conocido como el emperador César Augusto.

construyeron templos, se concedieron privilegios y los emperadores romanos se empezaron a convertir al cristianismo proclamándolo única religión del Imperio. La decadencia del paganismo y el ascenso del cristianismo como religión oficial provocaron nuevos y violentos conflictos. A su vez, el Imperio Romano estaba ya dividido entre Oriente y Occidente, empezando su decadencia.

Mientras tanto, Hipatia, pagana, científica, matemática, sabia, soltera y mujer, enseñaba sus conocimientos y pensamientos basados en la racionalidad y en las observaciones, desenvolviéndose con soltura en todos los espacios públicos.

Biografía

No se conoce con exactitud la fecha del nacimiento de Hipatia. Algunas referencias la sitúan en el año 355 y otras en el 370.

De la madre de Hipatia no se tienen datos, sin embargo, el padre fue un conocido astrónomo y matemático llamado Teón. Cuando nació su hija se ocupó de su educación y, gracias a su mentalidad abierta, para la época, permitió que Hipatia recibiese formación en filosofía, matemáticas y astronomía. Hipatia creció en un ambiente intelectual y político muy fructífero y pronto empezó a destacar, llegando incluso a superar a su padre y a algunos de los filósofos de su época.

Teón trabajaba en el Museo como director de la Biblioteca. En esta institución, se dedicaban a la investigación y a la enseñanza. Contaba con un observatorio, un zoológico, salas de disección y jardines botánicos. Profesores de diversas disciplinas transmitían sus conocimientos y compartían investigaciones. La Biblioteca recogía en papiros todo el saber de la cultura griega, llegando a albergar unos 700.000 libros. Incluso los reyes y reinas de Alejandría recibían instrucción de los sabios del Museo.

Dice la leyenda que Teón quería que su hija fuese “un ser humano perfecto”, que destacase por su inteligencia y por su belleza. Teón compartió sus conocimientos con su hija y trabajaron juntos en diferentes obras. Tras recibir instrucción en el Museo, Hipatia viajó a Roma y Atenas para seguir completando y enriqueciendo su formación. A su regreso, impartió clases de filosofía, matemáticas, astronomía, lógica y mecánica a miembros la aristocracia de Alejandría, sin distinción de religiones. Se le atribuyó incluso la tarea de enseñar las doctrinas de Platón y Aristóteles, convirtiéndose en maestra neoplatónica, seguidora de Plotino.

Sócrates Escolástico, historiador cristiano del siglo V, así lo relataba:

> "Había una mujer en Alejandría llamada Hipatia, hija del filósofo Teón, que tuvo tales logros en literatura y ciencia como para sobrepasar a todos los filósofos de su tiempo. Siguiendo la escuela de Platón y Plotino, ella explicaba los principios de la filosofía a sus oyentes, algunos de los cuales venían de lejos para oír sus lecciones." (Martínez, 2009:69)
>
> Hipatia fue admirada por su elocuencia e inteligencia. Se atrevió a entrar en un mundo de hombres: hablaba en público a magistrados, estudiosos y a todo aquel o aquella que quisiera escucharla. Defensora de la racionalidad científica, es autora de frases como estas (Nomdedeu, 2000:115):
>
> "Todas las religiones formales son falaces y no deben aceptarse por respeto a uno mismo."
>
> "Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar."
>
> "Enseñar supersticiones como si fueran verdades es una cosa horrible."

Hipatia llegó a tener gran influencia en Alejandría. Sus alumnos, pertenecientes en su mayoría a la aristocracia de la ciudad, llegaron a tener importantes cargos públicos. Uno de ellos fue Sinesio de Cirene, rico aristócrata, que fue nombrado obispo de Ptolemaida y que se ha convertido en una de las fuentes más importantes, a través de sus escritos, de la vida y obra de la filósofa.

Fue amiga y consejera de otro de sus alumnos: Orestes, que llegó a convertirse en prefecto del Imperio Romano de Oriente.

Vivió en un periodo de confusión y fanatismo. El Imperio Romano se había convertido al cristianismo y la ciencia y el estudio de la naturaleza, utilizando la razón, empezaban a parecer peligrosos.

En el año 412, Cirilo fue nombrado obispo y patriarca de Alejandría. Se caracterizó por su lucha por el poder y por su feroz persecución contra judíos, paganos y herejes[3]. Orestes en cambio, defendía el orden antiguo del imperio grecorromano y pronto surgieron disputas entre ellos. Acusaron a Hipatia de ejercer una mala influencia sobre Orestes, de ser bruja y hereje. Hipatia no se convirtió al cristianismo y en el año 415 fue asesinada por un grupo de fanáticos cristianos. Sócrates el Escolástico, narra así los hechos:

> "Todos los hombres la reverenciaban y admiraban por la singular modestia de su mente. Por lo cual había gran rencor y envidia en su contra, y porque conversaba a menudo con Orestes, y se contaba entre sus familiares, la gente la acusó de ser la causa de que Orestes y el obispo no se habían hecho amigos. Para decirlo en pocas palabras, algunos atolondrados, impetuosos y violentos cuyo capitán y guía era Pedro, un lector de esa iglesia, vieron a esa mujer cuando regresaba a su casa desde algún lado, la arrancaron de su carruaje; la arrastraron a la iglesia llamada Cesárea; la dejaron totalmente desnuda; le tasajearon la piel y las carnes con caracoles afilados, hasta que el aliento dejó su cuerpo; descuartizan su cuerpo; llevan los pedazos a un lugar llamado Cinaron y los queman hasta convertirlos en cenizas." (Alic, 1985:62)

Se desconoce si fue Cirilo quien directamente ordenó este asesinato. También existen opiniones encontradas sobre si los motivos fueron políticos, religiosos, o ambos. Y a ellos debemos unir un tercer motivo: el hecho de ser mujer. Una mujer que desafiaba a las autoridades políticas y religiosas, una mujer que decidió seguir sus convicciones y se atrevió a pensar.

Hoy en día, la biografía de Hipatia nos resulta muy familiar debido, sobre todo, a que en el año 2009, Alejandro Amenábar lleva al cine un largometraje titulado *Ágora*, que nos relata la vida de Hipatia. Han surgido numerosas críticas y polémicas sobre esta película.

3 Cirilo será nombrado doctor de la Iglesia por el Papa León XIII. Este título se otorga a los santos por su valentía en la defensa de la verdad católica.

Aportaciones

La mayoría de su obra se ha perdido debido a la destrucción de la Biblioteca de Alejandría y lo que sabemos de ella es por la correspondencia que mantenía con algunos de sus alumnos, en especial, Sinesio de Cirene, y por medio de otros autores.

Muchas de las obras de Hipatia son textos para sus alumnos, con la finalidad de facilitarles el estudio de las matemáticas. Estos textos están destinados a la enseñanza y, a su vez, han permitido la conservación de los descubrimientos más importantes de matemáticos anteriores.

Hipatia fue la principal colaboradora en los trabajos de su padre en astronomía y matemáticas. Teón dejará constancia de ello en su obra: *Sistemas matemáticos de Ptolomeo*, precisando en el *Libro Tercero*: "Edición controlada por la filósofa Hipatia, mi hija". Esta obra fue el trabajo más importante hasta las aportaciones de Copérnico. Los árabes la denominaron *Almagesto* (gran libro). Diversas fuentes creen que Hipatia no solo colabora con su padre en la simplificación y corrección de la obra de Ptolomeo, sino que fue realizado de manera conjunta por los dos. Se cree también que formaba parte de esta obra el *Canon Astronómico*, que Hipatia había elaborado, consistente en unas tablas en las que se presentan valores matemáticos para los movimientos de los astros.

También es posible que Hipatia colaborara con su padre en la mejora y revisión de los *Elementos* de Euclides. La edición de esa obra todavía sigue utilizándose hoy en día.

Comentario a *Las Cónicas* de Apolonio

Apolonio fue uno de los geómetras más importantes del helenismo. Pertenece al siglo III a.C. Estudió en Alejandría y su gran obra es *Las Cónicas*. Las secciones cónicas son las circunferencias, elipses, parábolas e hipérbolas que aparecen cuando cortamos un cono con un plano. Las diferentes figuras que se obtienen dependerán del ángulo con el cual el plano corta el cono. Hipatia se dedicó al estudio de estas curvas, ya que tenía gran curiosidad por ellas, y escribió un tratado sobre la geometría de las cónicas de Apolonio. El estudio de las cónicas se descuidó después de su muerte y no será reconocida su importancia hasta el siglo XVII.

Hoy en día, las cónicas son importantísimas, ya que nos sirven para describir las órbitas de los planetas, los senderos de los cometas, o el movimiento de los cohetes, entre otras cosas.

Comentario a *La Aritmética* de Diofanto.

De la misma manera que a Diofanto se le conoce como el padre del álgebra, a Hipatia se la debería conocer como la *madre del álgebra*, por sus aportaciones a los trabajos de Diofanto.

Trabajó en ecuaciones diofánticas, ecuaciones algebraicas con múltiples soluciones enteras y "en ecuaciones de segundo grado que pueden generar tres tipos de soluciones; dos raíces reales, una raíz real, o bien dos raíces imaginarias distintas." (Martínez, 2009:34). En su obra se exponen problemas que llevan a ecuaciones con más de una solución, o ecuaciones diofánticas, en las que aparecen varias variables y sus soluciones solo pueden ser números enteros. (Por ejemplo, cómo podemos cambiar un euro en monedas de cinco o diez céntimos).

La importancia de estas aportaciones tiene que ver mucho con la importancia del álgebra en el desarrollo de las matemáticas, ya que si la aritmética nos sirve para calcular soluciones particulares, el álgebra nos permite generalizar. En la época de Hipatia no se conocía el algebra y cualquier problema se resolvía por procedimientos aritméticos, es decir, mediante sumas, restas, multiplicaciones, divisiones o cálculo de raíces. Así por ejemplo, en el teorema de Pitágoras, la aritmética solo puede dar casos particulares de esta relación (por ejemplo, 3, 4 y 5, ya que $3^2 + 4^2 = 5^2$). El álgebra, por el contrario, puede dar una generalización que cumple las condiciones del teorema: $a^2 + b^2 = c^2$.

En la obra de Diofanto, Hipatia incluyó nuevos problemas y distintas soluciones. La obra original estaría compuesta por trece libros de los cuales se conservan seis en griego y cuatro traducidos al árabe. Hipatia realizó aportaciones a los seis primeros libros.

Inventos

A través de la correspondencia con su alumno Sinesio, ha quedado constancia del diseño de algunos instrumentos científicos que Hipatia realizó:

- un hidrómetro, para determinar el peso de los líquidos,

- un hidroscopio, para medir el nivel del agua,
- un astrolabio plano, que se usaba para medir la posición de las estrellas, los planetas y el sol.

Hipatia rompe con la idea de mujer subordinada al hombre. Apasionada de las ciencias y las matemáticas, defendió hasta la muerte todo aquello en lo que pensaba, por encima de las presiones sociales. Se atrevió a pensar de manera diferente y luchó por sus ideas frente a la hegemonía masculina política y religiosa de su época.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Actividades geométricas[4]

a) Dibuja una circunferencia de 15 cm. de radio en una cartulina. Recorta el círculo resultante y proyecta su sombra en un plano. Observa la sombra que obtienes al colocar la cartulina en distintas posiciones con respecto del sol.

b) Sujeta una hoja de papel a una mesa. Clava dos chinchetas separadas una de otra por 10 cm. Coge un hilo de 15 cm y átalo a los extremos. Manteniendo el cordón tenso con la punta de un lápiz dibuja la curva que te permite trazar la tensión del cordón.

c) Recorre tu ciudad y busca parábolas. Anota en un plano los lugares donde puedan encontrarse. Verás que aparecen en muchos sitios: en el chorro de algunas fuentes, en los arcos de algunas puertas, en los ábsides de algunas iglesias, en antenas parabólicas, en algunos faros de coches...

2.- Problemas de ecuaciones diofánticas

Hay muchos tipos de problemas y ecuaciones diofánticas. Su estudio es de niveles superiores, pero algunos son sencillos de resolver mediante ingenio y sistematización, fundamentales en la resolución de problemas.

a) Te proponemos que realices la ecuación que aparece en la tumba de Diofanto:

"Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto: es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre,

---

4 Estas actividades y otras similares están recogidas en la página: http://www1.unex.es/eweb/tcorco/

pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad.”

$$\mathbf{x / 6 + x / 12 + x / 7 + 5 + x / 2 = x}$$

x es la edad que vivió Diofanto.

b) Un instituto tiene un presupuesto de 12.000 euros para comprar 15 ordenadores portátiles. En la casa de ordenadores autorizada hay ordenadores blancos y negros de distintos modelos que, aunque con distintas prestaciones y distintos precios, se adaptan a las necesidades del instituto. Los ordenadores blancos son más baratos, pero no hay tantos como necesita el instituto, ya que en algunos casos no hay más que uno, por lo que deberán comprar también negros. Los negros cuestan 30 euros más caros que los blancos y, por lo tanto, comprarán el número mínimo posible de negros. ¿Cuántos ordenadores deberán comprar de cada color?

3.- Ejercicios para fomentar la discusión científica y el pensamiento crítico.

a) Dada la siguiente ecuación: $\mathbf{ax + by = c}$, ¿cuál será la condición necesaria y suficiente que debe cumplir el máximo común divisor de a y b para que la ecuación tenga solución entera?

b) ¿Por qué crees que la importancia de las secciones cónicas no se reconoció hasta el siglo XVII?

Gabrielle Émilie de Breteuil, marquesa de Châtelet
(1706-1749)

La luz de las matemáticas

Émilie le Tonnelier de Breteuil, marquesa de Châtelet, dedicó su vida al estudio de las obras de los grandes científicos del momento. Su posición social le permitió desarrollar su inteligencia y su conocimiento matemático, llegando a realizar la traducción al francés de los *Principia Mathematica* de Newton. Su obra permitió el conocimiento del considerado mayor trabajo científico de la época en Francia, cuando los científicos franceses se resistían a sus ideas. Formó pareja con Voltaire, al que influyó intelectualmente, contagiándole su pasión por las ciencias.

Su contexto

En la sociedad francesa del siglo XVIII, las mujeres de las clases populares trabajaban la tierra o eran sirvientas y no tenían ningún tipo de acceso a la educación y al conocimiento. Tampoco tenían ese acceso las mujeres de las clases acomodadas de las que se esperaba que, sobre todo, fuesen bellas. A pesar de ello, algunas damas de buena condición social empiezan a dedicarse al estudio científico, ya que poseían el suficiente tiempo libre para ello. Aun así, Émilie de Breteuil, pese a destacar por su inteligencia, no vio su trabajo reconocido.

La familia de Émilie ostentaba una buena posición económica y se preocupó por su educación en igualdad con sus hermanos varones. Se relacionó con los personajes más importantes del mundo de la ciencia, como Voltaire, lo que supuso una influencia muy positiva en ella.

Biografía

Gabrielle Émilie nace en París el 17 de diciembre de 1706, en una familia aristócrata de buena posición. Su madre se llamaba Gabrielle-Anne de Froulay y su padre Louis-Nicolas le Tonnelier de Breteuil, barón de Preuilliy, jefe de protocolo de la corte de Luis XIV.

El aspecto físico de Émilie preocupó a su padre desde que era muy pequeña. Era muy alta y grande para su edad y el gran tamaño de sus pies y manos hacían pensar al barón que su hija nunca se casaría.

> "Mi hija menor es una extraña criatura destinada a ser la menos atractiva de las mujeres. Si no fuera por la pobre opinión que tengo de varios obispos, la prepararía para una vida religiosa y la dejaría esconderse en un convento. Es tan alta como una niña del doble de su edad, tiene una fuerza prodigiosa, como la de un leñador, y es increíblemente torpe. Sus pies son inmensos, pero uno los olvida en el momento en que ve sus enormes manos" (Alic, 2005:166).

Quizás fuera este el motivo por el que Louis-Nicolas Le Tonnelier decide darle a Émilie, al igual que al resto de sus hijos varones, la mejor educación posible. El barón de Preuilliy recibía en su salón parisino a destacados científicos y matemáticos. Desde los seis o siete años, Émilie, al no poder asistir al colegio como sus hermanos, recibió una selecta educación rodeada de un entorno intelectual, frecuente en su casa. Estudió latín y griego, alemán, inglés, matemáticas y física y también se interesó por la música.

Era una persona muy inteligente y cuando comenzó a hacerse mayor, y para sorpresa de su padre, desarrolló una gran belleza. Se convirtió en una mujer culta, segura de sí misma y con las ideas claras. Se casó con 19 años con el marqués Florent–Claude de Châtelet-Lomont, el cual tenía 30 años, era un rico coronel y permanecía casi todo el tiempo lejos de casa. No tenían nada en común, pero a Émilie no le importaba, ya que tenía más tiempo libre que si hubiese permanecido soltera. Llevará una vida cómoda, propia de la alta sociedad parisina. Tendrá una hija durante el primer año de matrimonio llamada Gabrielle Pauline, después su hijo Florence Louis. Sin descuidarlos, los dejará en manos de institutrices para poder seguir dedicándose a lo que realmente le apasionaba: sus estudios.

Émilie, gracias a su posición, pudo rodearse de los mejores y más influyentes pensadores del siglo XVIII. Se disfrazó de varón para poder entrar en los cafés de moda en París y reunirse con los científicos más famosos de su época.

En 1733 conoció a Voltaire, al que se unió intelectual y sentimentalmente. Tenían los mismos intereses y ella encontró en él un compañero de discusión y una persona que la admiraba y la respetaba.

Voltaire, a causa de sus escritos, era perseguido por la policía secreta, por lo que tuvieron que exiliarse, refugiándose juntos en el castillo de Cirey, propiedad del marido de Émilie. Allí estudiaron y trabajaron juntos. Crearon una biblioteca y convirtieron la mansión en uno de los principales salones franceses de discusión científica, donde se formará el llamado grupo de Cirey, liderado por el matemático Pierre Luis Maupertius. Allí Émilie impartió clases a los científicos de la época.

En 1748 Émilie conoce al marqués de Saint–Lambert, del que se enamora y queda embarazada con 42 años. Estaba trabajando en la traducción de los *Principia* de Newton y su temor a no sobrevivir al parto y a no finalizar la obra la llevó a trabajar sin descanso durante su embarazo. Tanto es así, que circulaba el rumor de que su hija nació en el despacho, mientras ella escribía. Ocho días después de dar a luz, cuando todo parecía estar bien, Émilie muere repentinamente. Su hija recién nacida falleció también unos días después.

La aportación principal de Émilie al mundo de las matemáticas, fue la traducción del latín al francés de los *Principia Matematica* de Newton, con comentarios que facilitaban su estudio y comprensión. Pese a los elogios de Voltaire hacia su pareja y las cartas de esta, es Voltaire quien hoy en día sigue recibiendo reconocimientos por esta aportación. Madame de Châtelet, escribirá lo siguiente al rey Federico de Prusia:

> "Juzgadme por mis propios méritos, o por la falta de ellos, pero no me consideréis como un mero apéndice de este gran general o de aquel renombrado estudioso, de tal estrella que relumbra en la corte de Francia o de tal autor famoso. Soy yo misma una persona completa, responsable solo ante mí por todo cuanto soy, todo cuanto digo, todo cuanto hago. Puede ser que haya metafísicos y filósofos cuyo saber sea mayor que el mío, aunque no los he conocido. Sin embargo, ellos también son más que débiles seres humanos, y tienen sus defectos; así que, cuando sumo el total de mis gracias, confieso que no soy inferior a nadie." (Alic, 2005:175).

Aportaciones

La marquesa de Chatelet, fue la persona que impulsó la obra de Newton en Francia con su traducción de los *Principia* del latín al francés. En Francia, se estudiaba a Descartes, siendo pocos los científicos que leían a Newton.

Publicó varios ensayos como: *Ensayo de óptica* (1736) y *Disertaciones sobre la naturaleza y propagación del fuego* (1737).

Disertaciones sobre la naturaleza y *propagación del fuego* surgió a raíz de un concurso de la Academia de Ciencias, ya que la materia del fuego era discutida por aquel entonces. Tanto Voltaire como Émilie deciden participar y empiezan a realizar experimentos llegando a conclusiones diferentes. Finalmente ganó el concurso Leonhard Euler y dos personas más, pero debido a las interesantes aportaciones y a la fama que la pareja estaba adquiriendo, publicaron los ensayos de Emilie y Voltaire junto con los de los ganadores.

Escribió el *Discurso sobre la felicidad*, una obra que es el reflejo mismo de la personalidad de Émilie: segura de sí misma, defensora de los grandes placeres de la vida y tachada de libertina por sus contemporáneos. En su obra defiende todo aquello que produce sentimientos agradables, ya que cuantos más se tienen, más felices podemos ser. Así, por ejemplo, defendió el derecho al estudio de las mujeres.

Para facilitar el estudio a su hijo de doce años, escribió un libro llamado *Las instituciones de la física*, en el año 1740. En esta obra, trabaja sobre el cálculo infinitesimal y la física de Leibniz, que compagina con la física de Newton, y se incluyen conceptos como el de energía cinética. Émilie pidió al maestro de matemáticas Koenig que le revisase, en Cirey, los capítulos dedicados a la metafísica de Leibniz y Koenig volverá a Paris apropiándose de su trabajo. Aunque la Marquesa de Châtelet reivindicó la autoría, no se le reconocerá esta hasta después de su muerte.

Estudió a Descartes y a Leibniz y contribuyó a la revolución científica en Francia con las ideas de Newton, conocidas hasta el momento por pocos científicos franceses. En su salón se reunían habitualmente los científicos Moreau de Maupertuis y Alexis Claude Clairault, defensores de la idea de Newton de que la tierra es achatada por los polos y no una esfera como defendía Descartes. Los dos científicos protagonizaron una expedición a Laponia para medir un meridiano y así demostrar su teoría. El paso intelectual de Descartes a Newton no hubiese sido posible en Francia sin la traducción de los *Pincipia* realizados por Émilie en 1745. A esta traducción añadió un comentario algebraico. La traducción se publicó en dos partes, en 1756 y en 1759.

Newton fue el primero en utilizar el cálculo para aplicarlo a la física. En sus *Principia Mathematica* resolvió el problema del movimiento planetario mediante los métodos del cálculo. Los *Principia* constan de tres libros. Constituía una obra de cierta dificultad y para entenderla había que poseer avanzados conocimientos de geometría. En el libro primero se enuncian las tres leyes fundamentales de la dinámica, en el segundo se trabaja el cálculo diferencial y los fluidos y el tercero se dedica a la Ley de gravitación universal.

Tanto Leibniz como Newton desarrollaron las leyes de diferenciación e integración, segundas derivadas y derivadas de orden superior. Con estos matemáticos, las integrales y las derivadas pasaron a constituir instrumentos esenciales dentro del cálculo. Expusieron también el "Teorema fundamental del cálculo", que nos explica que la derivación y la integración son operaciones inversas. Émilie era una experta en el cálculo diferencial y en derivadas, una herramienta de cálculo fundamental en diversos estudios, siendo utilizada en física, química, biología o economía.

> "Si hubiera que mencionar una sola cosa para la que la derivada sea útil, habría que decir que gracias a ella se puede medir la velocidad, la rapidez con la que se producen cambios de situaciones; sean situaciones físicas, sociales, económicas…" (Corcobado, 1989).

Propuesta de ejercicios para el alumnado

1.- ¿Sabrías qué diferencia existe entre la llamada tasa de variación media y la tasa de variación instantánea? ¿Sabrías poner algún ejemplo?

2.- En un centro juvenil se quiere invertir dinero en fondos de inversiones que desarrollen proyectos de comercio justo en África. La banca ética emite un fondo que genera una rentabilidad que depende de la cantidad de dinero invertida, según la formula: $r(x) = -0{,}002x^2 + 0{,}8x - 5$ donde r(x) representa la rentabilidad generada cuando se invierte la cantidad x. Determina, teniendo en cuenta que el dinero máximo del que disponen los jóvenes de ese centro es de 500 euros:

a) ¿Cuánto dinero deben invertir para obtener la máxima rentabilidad posible?

b) ¿Cuál será el valor de dicha rentabilidad?

3.- Realiza una pequeña investigación sobre los *Principia* de Newton que Émilie tradujo al francés y contesta verdadero o falso a las siguientes afirmaciones:

- La ley de gravitación universal nos dice que cuanta más masa tengan dos cuerpos y más cercanos se encuentren, con mayor fuerza se atraen.
- El teorema fundamental explica que el cálculo diferencial y el cálculo integral son la misma operación.
- Newton se basa en la obra de Galileo y Kepler para desarrollar las leyes de movimiento.
- La edición original de la única traducción al francés realizada hasta nuestros días contiene un prefacio de Voltaire que dice así: *"Esta traducción, que los más sabios hombres de Francia deberían haber hecho y los demás tienen que estudiar, una mujer la emprendió y la concluyó para asombro y gloria de su país".*

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

María Gaetana Agnesi,

(1718-1799)

La sencillez en las matemáticas

María Gaetana Agnesi fue una destacada matemática, lingüista y filósofa. Creció en un ambiente burgués en contacto con intelectuales de la época que acudían a reuniones de salón en su casa. Presionada por su padre para continuar sus estudios, no pudo llevar la vida religiosa que ella deseaba. Fue reconocida por la sencillez y claridad con la que escribió *Instituciones Analíticas*, un compendio de matemáticas que fue utilizado muchos años como libro de texto en toda Europa. Destacó, además, por su análisis detallado y didáctico de la curva sinuosidal versa, conocida por ello como curva de Agnesi.

Su contexto

Ya desde el siglo XVII, Italia constituye una excepción dentro de Europa, en cuanto al acceso de las mujeres a la educación, ya que aceptó muy pronto la incorporación de estas a sus Academias y Universidades. No se ridiculizaba a las mujeres que tuvieran inquietudes por el estudio y se valoraba positivamente a la mujer culta e instruida. Aunque esto no significaba que obtuvieran el mismo reconocimiento por sus trabajos que sus compañeros, sí que propició un espacio más favorable para el desarrollo profesional de numerosas mujeres científicas, entre las que figuran María Gaetana Agnesi (1718-1799); Elena Cornaro Piscopia (1646-1684), catedrática de matemáticas en la Universidad de Padua en 1678; María Ángela Ardinghelli, matemática y física, que tradujo al italiano el texto de biofísica de Stephen Hole; Diamante Medaglia (1724-1770), que escribió una disertación sobre la importancia de las matemáticas para las mujeres o Laura Bassi (1711-1778), profesora de la Universidad de Bolonia, que publicó muchos trabajos de física cartesiana y newtoniana.

Biografía

María Gaetana Agnesi nació en Milán en 1718. Fue la mayor de veintiún hermanos, fruto de los tres matrimonios de su padre, Pietro Agnesi, un hombre culto que había hecho fortuna gracias al comercio de la seda.

Pietro Agnesi quiso para todos sus hijos e hijas una notable formación académica. El acceso a la cultura, el saber y el estudio estaban restringidos en aquel momento al clero, a la burguesía, a la nobleza y a la gente acomodada, como el padre de Gaetana. Gracias a esto, desde niña Gaetana formó parte de una élite privilegiada de la sociedad en general y de las mujeres de la época en particular, recibiendo formación en distintas áreas.

Pronto destacó por sus habilidades lingüísticas y científicas. Se dice que a muy corta edad hablaba de forma fluida 7 lenguas (italiano, francés, alemán, español, latín, griego y hebreo), por lo que fue conocida como *“el oráculo de los siete idiomas”*. Estas dotes para el estudio la llevaron a ser el centro de las reuniones de intelectuales. El señor Agnesi, orgulloso de su hija, lograba congregar en el salón de la vivienda familiar a todo tipo de estudiosos, para que escucharan a María Gaetana disertar sobre filosofía, matemáticas o ciencias.

A los nueve años aprovechó una de estas reuniones para reivindicar, a través de un discurso en latín, el derecho de las mujeres a acceder a la educación, aunque no se sabe si esta defensa la construyó ella misma, o había sido fruto de la traducción de un texto ya escrito.

Desde niña manifestó su deseo de ser monja. Fue tímida y retraída y le disgustaba la exposición pública, casi circense, a la que su padre la sometía.

Solo consiguió abandonar las reuniones de salón cuando su padre consideró que la labor de cuidado de la familia era más importante que los círculos sociales. Llegaron a un acuerdo por el cual Gaetana seguiría estudiando, a cambio de que su padre le permitiera asistir a la iglesia siempre que quisiera y vestir de forma sencilla. Continuó su formación con el apoyo de Ramiro Rampinelli, profesor de la Universidad de Padua, que la instruyó en geometría analítica y en literatura.

Publicó diversas obras de gran calado en la comunidad matemática de la época. La más importante ha sido *Instituciones Analíticas*, que logró el reconocimiento de los matemáticos de la época y fue traducida a varios idiomas. Por culpa de una de estas traducciones, la realizada por el profesor de la Universidad de Cambridge, John Colson, se conoce la curva sinusoidal versa, estudio que contiene esta obra, como la curva de la bruja de Agnesi. Este matemático quedó tan impresionado por la obra de Agnesi, que decidió aprender italiano para traducirla y difundirla entre los estudiantes ingleses. La curva sinusoidal versa fue llamada *versiera* por Guido Grandi, destacado matemático y filósofo, debido a la forma en la que se origina, ya que *versiera* proviene del latín, que significa virar, girar. Con la evolución del italiano llegó a decirse *avversiera*, muy similar a *avversiere*, que significa bruja. Así, cuando Colson estudió la aportación de Agnesi sobre este trabajo, lo tradujo de forma inexacta y le dio el nombre de la curva de la bruja de Agnesi.

La Comisión de la Academia de Ciencias de París escribió un informe sobre *Instituciones Analíticas* en el que destacaba de ella “su claridad y el arte con el que reunía, bajo métodos uniformes, las distintas conclusiones dispersas en las obras de los geómetras y a las que habían llegado por métodos enteramente diferentes” (Figueiras, 1998). Pese a este reconocimiento, la Comisión rechazó el ingreso de Agnesi como miembro de la Academia, por ser mujer.

María Gaetana dedicó esta obra a María Teresa de Austria, emperatriz de Alemania y reina de Hungría, por ser mujer e ilustrada. Como prueba de su agradecimiento, la emperatriz hizo llegar a María Gaetana una caja de cristal adornada con diamantes y un anillo.

El Papa Benedicto XIV, en 1749, le otorgó una medalla de oro y una corona adornada por piedras preciosas, así como un puesto público en la Universidad de Bolonia, el cual rechazó María Gaetana. Fue elegida, sin embargo, miembro de la Academia de Ciencias de Bolonia.

Se conservan 25 volúmenes de su trabajo en la Biblioteca Ambrosiana de Milán.

A los treinta y cuatro años fallecía su padre y desaparecía la presión ejercida por este para que desarrollara trabajos matemáticos. En ese momento pudo cumplir con su deseo de dedicarse a cuidar a mujeres enfermas y a la meditación. Renunció por completo al mundo de las matemáticas, del cual declaró que ya no le interesaba, pese a que durante un tiempo encontró en el álgebra y la geometría “el único espacio donde reinaba la paz”.

Murió a los 81 años.

Aportaciones

Durante sus primeros años de estudio, escribió dos obras donde, con su estilo claro y sencillo, ahondaba en distintas ramas de la ciencia. En la primera de ellas escribió un comentario crítico en el que analizaba la regla de L´Hopital, creada por Bernoulli y posteriormente comprada por el primero para denominarla con su nombre. La aplicación de esta regla permite resolver algunas indeterminaciones en el cálculo del límite de funciones derivables. Esta obra de Gaetana nunca fue publicada, pero circuló privadamente entre los intelectuales de la época.

En la segunda de sus obras, a través de 190 ensayos, explica diversos temas como la teoría de Newton de la gravitación universal, mecánica celeste, elasticidad, lógica o filosofía, de forma comprensible para todas las personas.

A los treinta años publica su obra más importante: *Instituciones Analíticas*. Comenzó a escribir, a sugerencia de Rampinelli, un libro sobre cálculo diferencial, pero pronto lo concibió como un auténtico libro de texto que le permitiera transmitir a sus hermanos y hermanas su conocimiento sobre matemáticas.

El mayor logro de esta obra fue el método didáctico con el cual Agnesi expone sus conocimientos matemáticos, utilizando un lenguaje comprensible, ejercicios prácticos y problemas sencillos. En definitiva, hizo uso de métodos originales que permitieron sintetizar el álgebra y la geometría contemporánea, así como el cálculo diferencial e integral, materias que se estaban construyendo en aquella época.

Fue traducida a varios idiomas. Cincuenta años después de su publicación seguía siendo el libro matemático más completo que existía.

La Academia de París, escribió lo siguiente sobre *Instituciones Analíticas*:

> "Esta obra se caracteriza por una organización cuidada, claridad y precisión. No existe ningún libro, en ninguna otra lengua, que permita al lector penetrar tan profundamente y también tan rápidamente en los conceptos fundamentales del Análisis. Consideramos este Tratado como la obra más completa y la mejor escrita en su género" (Figueiras, 1998).

Fue publicada en dos tomos: el primero trataba del análisis de cantidades finitas, álgebra y geometría cartesiana. El segundo se ocupaba del cálculo diferencial. Incluía muchos ejemplos y problemas, métodos originales y generalizaciones. Uno de estos volúmenes contiene el análisis de la curva sinuosidal versa, conocida como la curva de la bruja de Agnesi.

Si bien la creación de esta curva no se puede atribuir a María Gaetana, sí que ha contribuido a su análisis detallado y su explicación didáctica. En los últimos años se ha determinado que esta curva es una aproximación de la distribución del espectro de la energía de los rayos X y de los rayos ópticos. También puede aplicarse a la descripción física de los fenómenos de resonancia de los rayos ópticos. Por último, en Estadística, la Distribución de Cauchy de una variable aleatoria se expresa también a través de la curva de Agnesi.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Genera la curva de Agnesi:

- Dibuja una circunferencia tangente al eje de abscisas en el origen O.
- Dibuja una recta r, paralela al eje x y tangente a la circunferencia en el punto diametralmente opuesto al origen O.
- Elige un punto B de la circunferencia.
- Traza una recta desde O que pase por el punto B y corte a r en A.
- Calcula el punto C con la ordenada de B y la abcisa de A..
- Imagina que la recta OA gira con centro en O. El punto C describirá una curva. Esa es la curva de Agnesi

2.- Determina la ecuación de un lugar geométrico:

El trazado del carril bici de una ciudad, recorre una curva descrita sobre la colina de un pequeño cerro que, al proyectarse sobre un plano, tiene las siguientes características:

- Es asintótica al eje X, a la derecha y a la izquierda, por tanto, solo la representaremos alrededor del origen.
- Alcanza su valor máximo al cruzar el eje Y, es decir, el punto 0a está en la curva y es su valor máximo.
- Está determinada por un único parámetro a.

3.- Determina la ecuación del lugar geométrico cuando a = 10. Para ello, puedes seguir los siguientes pasos:

1. Trazar una circunferencia, con centro en el punto (0, a/2) y radio r = a.
2. Desde el origen de coordenadas, traza rectas que corten a la circunferencia en B y a la recta r en A.
3. El punto genérico P de la curva será aquel en que se crucen las rectas BP (horizontal) y AP (vertical).
4. Ten en cuenta la semejanza de triángulos para hallar la ecuación pedida.

4.- Problemas de optimización: máximos y mínimos.

Discute con tus compañeros y compañeras cómo construir cajas y envases minimizando la cantidad de material empleado, por ejemplo si se hacen cajas cilíndricas, cómo ha de ser la altura de la caja con respecto del diámetro de la base para obtener menos área.

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu}(u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Sophie Germain,

(1776-1831)

Matemáticas para olvidar una guerra

Sophie Germain fue una destacada matemática, de finales del siglo XVIII, que introdujo grandes aportaciones a la Teoría de los Números y a la Teoría de la Elasticidad. Contra el deseo de su familia, estudió matemáticas de manera autodidacta para evadirse de los tiempos de lucha en los que le tocó vivir. Fue la primera mujer en conseguir un premio de la Academia Francesa de las Ciencias.

Su contexto:

Sophie Germain fue testigo de los acontecimientos vividos en Francia a finales del siglo SXVIII y principios del XIX. La Revolución Francesa (1789-1799) y el posterior ascenso al poder de Napoleón supusieron para Francia un tiempo de cambio, agitación social y de campañas bélicas, que marcaron la vida de Sophie.

La Revolución política, económica y social, que estaba viviendo Francia en ese momento, y el interés de su familia por la política, marcaron la vida de Sophie desde su nacimiento. Para evadirse de las revueltas en las calles, Sophie se refugió en la biblioteca de su padre, devorando todos los libros que caían en sus manos.

París era considerado en aquel momento, el centro europeo de la ciencia y las matemáticas. Se impulsó el desarrollo de trabajos científicos y matemáticos, aunque las mujeres continuarán excluidas de las escuelas especializadas, de las universidades, de los foros de discusión científica o de las Instituciones.

En esa época existían libros de ciencias escritos específicamente para mujeres, utilizando un lenguaje sencillo y en forma de novela. Sophie rechaza esta literatura por considerarla cursi e insultante a la inteligencia de sus lectoras.

En este entorno convulso y poco favorable, fueron muchas las científicas que lucharon por formarse fuera de las Instituciones, contribuyendo así al avance de la Ciencia.

Biografía

Sophie Germain nació en París en 1776, en el seno de una familia adinerada, liberal y burguesa.

Estudió la *Historia de las matemáticas* de Jean-Baptiste Montucla, donde se cuenta la leyenda de Arquímedes, asesinado en Siracusa por soldados romanos mientras trataba de resolver un problema de geometría. (Se dice que estaba tan absorto que no escuchó la orden de un soldado que se dirigía a él).

Sophie probó a estudiar geometría para olvidar la guerra, y lo hizo con tal dedicación que su familia temió que enfermara. Su madre ordenó sin éxito quitarle la luz, las ropas y la calefacción, para que no estudiara por las noches.

Con el paso del tiempo permitieron, no sin recelo, que continuara estudiando.

Cuando Sophie tenía diecinueve años se fundó la Escuela Politécnica de París, vetada desde su origen a las mujeres. Consiguió apuntes por medio de alumnos de la Escuela, en concreto de la clase de Análisis de Lagrange, destacado matemático y astrónomo. A final del curso Sophie presentó, bajo el nombre de un ex alumno llamado Antoine-Auguste Le Blanc, un trabajo de fin de carrera que dejó impresionado al propio Lagrange. Tanto es así, que decidió ir a conocer personalmente a su alumno, descubriendo la verdadera identidad de Sophie. La animó a seguir estudiando, ya que tenía un nivel de conocimientos absolutamente extraordinario para una mujer de su tiempo.

Con el apoyo de Lagrange y de Gauss, considerado el más grande matemático desde la antigüedad, comienza a estudiar la Teoría de los Números, rama de las matemáticas puras que estudia las propiedades de los números enteros.

Con Gauss consigue entablar relación por carta, bajo el pseudónimo de Le Blanc. A él le hace llegar uno de sus mayores logros como matemática, una hipótesis sobre la teoría de Fermat[1] que ha conseguido permanecer hasta nuestros días.

En 1804, tras la conquista de Prusia por Napoleón, Sophie, temiendo por la vida de Gauss y recordando la leyenda de Arquímedes, envió a casa del matemático a un general amigo de la familia para garantizar su seguridad.

1 La teoría de Fermat establece que la ecuación xn+yn=zn no admite solución entera para valores de n mayores de 2.

Fue así como su maestro supo que Le Blanc era en realidad Sophie Germain y pronto le envió una carta en la que decía lo siguiente:

> “El placer por las ciencias abstractas y por el misterio de los números es extraño, ya que la maravilla de esta ciencia solo se manifiesta a los que tienen el coraje de profundizar en ella. Pero una mujer, a causa de su sexo y nuestras costumbres y prejuicios, encuentra infinitamente más obstáculos y dificultades que un hombre para familiarizarse con los problemas de la Matemática. Sus investigaciones indican que posee una valentía notable, talento extraordinario y un genio superior. Admiro la facilidad con la que profundiza en todas las ramas de la aritmética y la sagacidad con la que ha sabido generalizar y profundizar”. (Figueiras, 1998).

El correo entre ambos no continuó de manera regular. Gauss solo se interesaba por los estudios de Sophie cuando estos estaban relacionados con sus propias investigaciones.

Desde 1809 comenzó a trabajar en el campo de la física matemática, en concreto, sobre la elasticidad de las superficies.

En 1816 recibió un premio de la Academia de las Ciencias por su memoria sobre las vibraciones de las superficies elásticas, convirtiéndose en la primera mujer en conseguirlo.

Escribió también sobre filosofía, química, historia y geografía.

Fue la primera mujer, no esposa de académico, que pudo asistir a las sesiones de la Academia de la Ciencia. Recibió el título de doctor *honoris causa* de la Universidad de Göttingen, a propuesta de Gauss, meses después de su fallecimiento.

Murió a causa de un cáncer de mama. El funcionario encargado de hacer el certificado de defunción en el Registro, la clasificó como mujer soltera sin profesión.

La obra de Sophie ha trascendido hasta nuestros días a través de las referencias que algunos de sus compañeros han hecho en los márgenes de sus estudios.

La vida de Sophie y su desarrollo profesional han estado marcados, desde sus comienzos, por el aislamiento al que la comunidad científica la sometió. Sus contemporáneos no reconocieron su trabajo como hubiera merecido. Tuvo que trabajar en solitario y luchar contra múltiples obstáculos. Al no poder estudiar en la universidad, el esfuerzo realizado y las dificultades de aprendizaje fueron inmensos. Pudo dedicarse a la ciencia porque su padre era un hombre rico que pudo mantenerla económicamente durante toda su vida.

Aportaciones

Sophie Germain ha destacado por sus grandes aportaciones a las matemáticas en dos áreas principales: aritmética superior, a través de la Teoría de los Números, y física matemática, con sus investigaciones sobre la Teoría de la Elasticidad.

Desde 1801 estudió aritmética superior, influida, en parte, por una obra publicada por K. Gauss en la que este diserta acerca del último teorema de Fermat, el cual establece que “es imposible descomponer un cubo en dos cubos, un bicuadrado en dos bicuadrados, y en general, una potencia cualquiera, aparte del cuadrado, en dos potencias del mismo exponente”.

Sophie investigó profundamente sobre este teorema encontrando la solución para determinados exponentes primos (conocidos como primos de Germain), pero no es hasta el año 1808 cuando consigue aportar uno de los mayores avances en la resolución del problema con su “Teorema de Germain”:

> “SI **x**, **y**, **z** son números enteros, tales que $x^5+y^5+z^5=0$ entonces, al menos uno de los números **x**, **y** o **z** debe ser divisible por **5.**”

Este Teorema supuso un gran paso para la demostración del Teorema de Fermat para **n=5.** Demostró que para todo número primo **n** menor que **100** no existe solución a la ecuación de Fermat, si ninguno de los números **x**, **y** o **z** son divisibles por **n.**

Esta teoría ha sido mejorada a lo largo de los años, pero nunca sustituida.

En la obra de Legendre, *Recherches sur quelques objets dánalyse indeterminée et particuliérement sut le theoreme de Fermat*, hay una nota a pie de página donde se cita la hipótesis de Sophie.

A partir de 1809, viendo que sus estudios sobre Teoría de Números no son suficientemente reconocidos y valorados por Gauss, Sophie empieza a interesarse por la matemática aplicada y comienza a estudiar física matemática, más concretamente la Teoría de la Elasticidad.

Ese mismo año, la Academia de la Ciencia de París convoca un concurso en el que busca “dar una teoría matemática que explique el comportamiento de las superficies elásticas y comprobarla con la experiencia”.

Sophie presentó su primera propuesta en 1811, la cual fue rechazada por el jurado, al considerar que la ecuación principal de su presentación era errónea. Ella no desiste en su postura y presenta una segunda memoria con esta misma ecuación, que recibe una mención de honor por parte del jurado. Presentó una tercera memoria por la que, finalmente, recibió el premio.

Tuvo que autopublicar *Recherches sur la théorie des surfaces elastiques*, para evitar que otros científicos se atribuyeran el mérito de sus aportaciones.

La hipótesis de Germain sobre elasticidad de los cuerpos considera que la fuerza de la elasticidad es proporcional a la suma de las curvas principales. Definió la curvatura media como medida aritmética de las curvaturas principales.

Sophie contribuyó con su trabajo a la evolución de la teoría general de la elasticidad, que ha tenido aplicación en la construcción de estructuras tales como la Torre Eiffel. A pesar de ello, su nombre no figura entre los nombres de los científicos que ayudaron al estudio de este campo, y que están grabados en dicha torre.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Números primos de Sophie Germain.

Un número primo es un número de Sophie Germain si al multiplicarlo por 2 y sumarle 1 el resultado es también un número primo.

Ejemplo: El 2 es número primo de Sophie Germain por ser un número primo y cumplirse 2x2+1=5 siendo 5 también número primo.

Encuentra los números primos de Germain menores de 100.

2.- Sobre la elasticidad de los cuerpos.

- ¿Qué significa que una superficie sea elástica?
- ¿Conoces alguna utilidad de las superficies elásticas?

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Mary Fairfax Somerville,
(1780-1872)

La Reina de las Ciencias del siglo XIX

Mary Somerville fue astrónoma, matemática, geógrafa, escritora y científica autodidacta. A través de su obra, muy prolífica y multidisciplinar, contribuyó a difundir la ciencia en todos sus campos.

Destacó por el estilo sencillo, riguroso y didáctico con el que consiguió hacer de la ciencia algo asequible para todos. Sus libros fueron utilizados como libros de texto en Inglaterra hasta principios del siglo XX.

Luchó durante toda su vida por conseguir el derecho al sufragio y el acceso a la educación de las mujeres.

Su contexto

La vida de Mary Somerville nos permite conocer la situación de la mujer científica en la Europa del siglo XIX, ya que vivió y desarrolló su obra, en tres países diferentes: Escocia, Inglaterra e Italia.

Durante su infancia, adolescencia y en la época en que empieza a interesarse por las matemáticas, Mary vive en Escocia. Sus comienzos en el trabajo científico coinciden con un momento de explosión de la ciencia. Una peculiaridad que se da en Escocia es la existencia de una mayor apertura que en otros lugares de Europa a la presencia de la mujer en actos sociales, conferencias y demostraciones científicas. Mientras que sus padres rechazaban su afición por las matemáticas, Mary contó con el apoyo de profesores y estudiosos de distintas Universidades escocesas, tanto en sus inicios como a lo largo de su vida.

Con su primer matrimonio, se traslada a vivir a Londres, a la Inglaterra de la Revolución Industrial. La ciencia está en auge, pero en Inglaterra el único espacio permitido a la mujer era la esfera doméstica, con lo que Mary vio cerradas las puertas de las instituciones, que no permitían el acceso a mujeres. Consiguió la difusión y el reconocimiento de su obra, a través de las reuniones de salón, donde conversaba con reconocidos científicos.

Al enfermar su marido, el matrimonio se traslada a vivir a Italia, donde las mujeres gozaban de mayor libertad y respeto dentro de la comunidad intelectual y de las instituciones, desde tiempo atrás.

Biografía

Nació en Escocia en 1780. Pasó su infancia en contacto con la naturaleza, alejada de la ciudad. Hasta los diez años era prácticamente analfabeta. Su padre la envió a un internado a los trece años, al darse cuenta de que era una “joven salvaje”, que no poseía ni la educación ni el refinamiento propio de una señorita. Allí le enseñaron a leer y escribir, obligándola a memorizar el diccionario.

En la adolescencia pasó una temporada en casa de su tío, el doctor Somerville, quien se convertiría en su suegro años después. Fue la primera persona que percibió la inquietud por aprender de Mary. Le leía historias de mujeres sabias de la antigüedad y le enseñó latín para que pudiera leer a Virgilio.

Poco a poco fue despertando en ella el interés por la ciencia, primero resolvía problemas matemáticos, incluidos como pasatiempos en las revistas femeninas, y escuchaba al profesor de su hermano mientras impartía lecciones en la misma sala donde ella estaba. En poco tiempo superó los conocimientos del docente, que no podía resolver las preguntas que Mary le planteaba. Para que continuara estudiando, este le facilitaba libros de ciencia.

Tuvo que luchar contra la oposición de su familia, que creía que el estudio de las matemáticas, del pensamiento abstracto, podía deteriorar la salud de la mujer.

Por orden de su padre asiste a clase de piano, danza y costura, mientras, por la noche, estudiaba ciencia a escondidas, pese a que su madre, al igual que le ocurrió a Sophie Germain, le quitaba la luz y la ropa para impedirlo.

Se casó con Samuel Greig, un hombre rudo que creía que las mujeres no debían estudiar. Enviudó tres años después, quedándose sola en Londres, alejada de la familia, con dos niños a su cargo, pero viviendo su propia vida. Aprovechó esta independencia para seguir estudiando matemáticas, con el apoyo de sus amigos más cercanos, que le facilitaban libros y estudios científicos.

A los pocos años se casa con su primo William, un médico culto e inteligente, que apoyará desde el principio a Mary en sus estudios. Como en aquel momento las mujeres tenían prohibido el acceso a centros de estudios superiores, William copiaba a mano todos aquellos documentos que le pudieran ser de utilidad a Mary y a los que él sí podía acceder. Compatibilizó su vida como científica con la de madre y esposa. Vivió junto a su marido en un ambiente culto, con frecuentes reuniones en su salón, a las que asistían los más destacados eruditos del momento. Mary gozó de prestigio y del reconocimiento de sus colegas, algo difícil para una mujer en aquel momento.

Fue nombrada miembro de la Real Sociedad de Astronomía, junto a la astrónoma Caroline Herschel, aunque no podía acudir a esta sociedad sin invitación previa. También fue reconocida en la Real Academia de Dublín, en la British Philosophical Institution y en la Societé de Physique et d´Histoire Naturelle de Ginebra.

La reina Victoria le otorgó una pensión de 200 libras anuales para que continuara con sus estudios.

Recibió cartas de reconocidos científicos internacionales, siempre remitidas a nombre de su marido, que querían conocer el parecer de Mary sobre sus estudios. Herschell, John Playfair, profesor de filosofía natural de Edimburgo, William Wallace, Charles Babbage, Lord Brougham o Ada Byron, de la que fue maestra, fueron parte de su círculo más cercano.

Los científicos de los sectores más conservadores trataron de criticar sus obras, buscando el descrédito a través de adjetivos estereotipados y tachando su obra de vanidosa y superficial.

La enfermedad de su marido obliga a la familia a trasladarse a un clima más adecuado y se instalan en Italia. Tras la muerte de William, a la que siguió la de su hijo, Mary sufre una depresión de la que logra salir gracias a su carácter fuerte y al apoyo de sus hijas. Siguió escribiendo y estudiando hasta su muerte, a los 92 años.

Durante toda su vida tuvo muy clara la existencia de la discriminación femenina, ya que afirmaba: “Un hombre siempre puede tener el control de su tiempo alegando que tiene negocios, a una mujer no se le permite tal excusa” (Alic, 1991). Se declaró partidaria de la educación para la mujer y de conseguir el voto femenino. Así, cuando J. Stuart Mills escribió el manifiesto que reivindicaba la participación política de las mujeres en la sociedad, fue una de las primeras en firmarlo.

> Escribió en su vejez: “la edad no ha menguado mi celo por la emancipación de mi sexo frente al prejuicio irracional que prevalece demasiado en Gran Bretaña en contra de una educación literaria y científica para las mujeres” (Alic, 1991).

Obtuvo múltiples distinciones en este país por parte de la Academia Italiana de la Ciencia (1856) y de la Sociedad Italiana de Geografía (1870). Recibió la Medalla de Oro Víctor Emanuel y la primera medalla de la Sociedad de Geografía de Florencia.

Lo excepcional, en el caso de Mary Somerville, es que consiguió en vida el aplauso de científicos de toda Europa, algo inusitado para la mayoría de las que contribuyeron a la divulgación de la ciencia. Fueron sus contemporáneos los que, al morir ella, le llamaron la Reina de las Ciencias del siglo XIX.

Aportaciones

En 1827, Lord Henry Broughman, presidente de la Cámara de los Lores, anima a Mary a traducir la obra de Laplace *“La Mecánica Celeste”*, que estudia el sistema solar utilizando las teorías de Newton.

Ella duda de su capacidad para hacer este trabajo y solo accede ante la insistencia de este y de su marido, con la condición de que si su trabajo no es lo suficientemente bueno, lo harían destruir.

Su aportación fue, más que una traducción, un compendio de desarrollo matemático y de ideas fundamentales de física, escritos de forma sencilla y comprensible, con explicaciones en las que utiliza sencillos dibujos. Se convirtió en imprescindible para entender la obra de Laplace.

El preámbulo incluye una síntesis de todas las matemáticas necesarias para entender la obra, con opiniones propias y explicaciones destinadas a la divulgación de ideas científicas para gente no experta.

Laplace, en su tratado de mecánica, establecía que los movimientos planetarios eran estables y las perturbaciones producidas en esos movimientos eran producidas por la influencia mutua de los planetas o por cuerpos externos.

Mary Somerville deduce, tan solo con razonamientos matemáticos, que debía haber un planeta más a añadir a la lista de los conocidos hasta entonces, que era el que causaba alteraciones en la órbita de Urano. Los datos aportados en este tratado posibilitaron la localización de Neptuno por John Adams.

En 1834 escribe *La conexión de las ciencias físicas*. Explicación científica del funcionamiento de las fuerzas que mueven el universo. Interpretó los fundamentales tratados matemáticos existentes, bajo un lenguaje sencillo sin perder el rigor científico que le caracterizaba.

Trabajó sobre los estudios de W. Chadni sobre las placas vibratorias, en los que también investigaba Sophie Germain, y dibujó sencillos diagramas explicativos de estos experimentos realizados.

En 1848 escribió *Physical Geography*, obra de la que se publicaron siete ediciones. Antes de que viera la luz, Mary quiso quemarla, algo que evitaron su marido y J. Herschel. Este libro explica los fenómenos naturales y las relaciones entre seres vivos. Fue duramente criticado por parte de la Iglesia y la clase política.

En 1865 publica uno de sus últimos libros, *Sobre la Ciencia molecular y microscópica*, donde profundiza en el mundo microscópico buscando explicar la composición de la materia, el fenómeno del calor y los movimientos vibratorios.

A los 89 años comienza a escribir su autobiografía, *Recuerdos personales*, donde rememora anécdotas de su vida, pero también expone su visión filosófica del mundo, su actitud ante el mundo de las ciencias y sobre el papel de la mujer en el ámbito científico.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Dada la importante aportación de Mary Somerville a la astronomía, investiga sobre la existencia de otras destacadas astrónomas, resaltando en cada una de ellas cuál ha sido su aportación concreta a dicha ciencia.

2.- Elabora un esquema general sobre el sistema solar determinando la ubicación de los planetas, la distancia de estos a la tierra y al sol y dibuja sus órbitas.

$$), \; G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}\right.$$


ADA LOVELACE

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad \ldots \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Augusta Ada Byron King,
(1815-1952)

La encantadora de números

Ada Byron nació en Londres en 1815. Hija del poeta Lord Byron y la aristócrata Anabella Milbanke. Fue una persona original, intuitiva y ambiciosa, que estudió matemáticas, geometría, álgebra y astronomía.

Se interesó en la máquina de diferencias de Charles Babbage y añadió unas 'Notas' para el ingenio analítico de Babbage a un informe publicado por Luigi Menabrea, con la intención de elaborar una máquina capaz de efectuar cálculos matemáticos generales: "la máquina analítica".

Ada falleció en Londres en 1852 y la significación del contenido de su obra no tuvo reconocimiento hasta un siglo más tarde, ya que firmó sus 'Notas' con sus iniciales, A.A.L. Fue la primera persona que elaboró un lenguaje de programación para las computadoras que, en la actualidad, lleva su nombre y se usa en entornos que requieren seguridad.

Su contexto

Ada nació en el S. XIX en Gran Bretaña, en una familia reconocida y de poder adquisitivo elevado. Mientras la Revolución Industrial y el Liberalismo se extendían en aquella época, las mujeres con menores recursos económicos accedían a las fábricas y las aristócratas, como le sucedió a Ada, podían recibir una educación dentro del ámbito doméstico, pero continuaba vetado su acceso a las universidades y fraternidades. Gracias a contactos familiares, pudo relacionarse con eminencias matemáticas de aquel entonces y desarrollar su trabajo científico, aunque lo firmó bajo sus iniciales para ocultar que era una mujer.

Biografía

Ada Byron, "la encantadora de números" como la conocen algunas personas en la actualidad, nació en Londres el 10 de diciembre de 1815, fruto del breve vínculo matrimonial entre el poco convencional poeta del romanticismo, Lord George Gordon Noel (Lord Byron) y la aristócrata Anabella Isabella Milbanke Byron, "la princesa de los paralelogramos" como la llamaba su marido.

Su matrimonio duró muy poco tiempo, ya que se separaron en 1916, a los dos meses de nacer Ada. Lord Byron se fue de Londres y nunca conoció a su hija, pero le escribió cartas, y le dedicó poemas[1], durante su recorrido por Suiza, Italia y Grecia, donde murió, en 1824.

---

1 "Es tu rostro como el de mi madre, ¡mi hermosa niña!
¡Ada! ¿Única hija de mi casa y corazón?
Cuando vi por última vez tus azules ojos jóvenes, sonrieron,
y después partimos, no como ahora lo hacemos,
sino con una esperanza.
Despertando con un nuevo comienzo,
las aguas se elevan junto a mí; y en lo alto
los vientos alzan sus voces: Me voy,
¿a dónde? No lo sé; pero la hora llegará
cuando las playas, cada vez más lejanas de Albion,
dejen de afligir o alegrar mis ojos" (Pérez, s/f).

Podríamos decir que Ada fue una niña autodidacta, original, decidida, ambiciosa, imaginativa e intuitiva. Llegó incluso a idear un caballo volador, similar al proyecto de aeronave de William Hedson, que patentó en 1843.

Con 14 años, Ada ya había estudiado matemáticas, astronomía, latín y música y, a pesar de sufrir durante casi tres años de su vida una parálisis severa, no se desanimó a continuar con su carrera científica. Su madre, gracias a su alta posición social, le facilitó y le inculcó el interés por la ciencia, alejándola de esta manera del mundo de las letras, y le proporcionó estudios de geometría, álgebra y astronomía, junto a las y los tutores más reconocidos en aquella época, Lord Morgan (creador de las leyes de Morgan) y Mary Somerville (su mentora), quien la apoyó y le presentó a personas que más tarde se cruzarían en su vida, como su marido Williang King o el reconocido inventor Charles Babbage.

En 1833 Ada fue presentada en sociedad e inició su recorrido por los actos típicos de aquella época que se celebraban en los salones victorianos londinenses. Acudió con su madre a conocer la máquina de diferencias de Charles Babbage, quien desde 1828 ocupaba la cátedra Lucasiana de matemáticas de la Universidad de Cambridge.[2]

En 1834 Ada asistió a unas conferencias impartidas por Dionysus Lardner, en el Instituto de mecánica, sobre la máquina diferencial de Babbage. A partir de entonces se volcó en el estudio de las diferencias finitas, que eran la base matemática del invento diferencial.

Ada quería que Charles Babbage fuese su mentor, pero este estaba ocupado impartiendo conferencias con la finalidad de conseguir apoyo extranjero para la construcción de su ingenio analítico, una máquina capaz de efectuar cálculos matemáticos generales.

En 1835 Ada se casó con el octavo varón de King, once años mayor que ella. Ambos tuvieron dos hijos y una hija: Byron, Anna Isabella y Raiph Gordon. En 1838 su marido obtuvo el título nobiliario de conde de Lovelace. A partir de entonces, se conoce a Ada como Lady Lovelace. King supuso un apoyo fundamental para ella a lo largo de toda su vida.

---

2 La misma que había ocupado Newton.

Se dice que la condesa de Lovelace tuvo otra hija con Sir David Brewster, el inventor del caleidoscopio. Se llamaba Scherezada Lovelace y fue la única que mantuvo las inquietudes y el interés por el saber científico, al igual que Ada, pero no obtuvo lo que esperaba, crear una máquina capaz de crear obras pictóricas.

En 1842 el ingeniero matemático italiano Federico Luigi, conde de Menabrea, realizó un informe[3] resumiendo los temas que había tratado Babbage en una conferencia impartida en Turín (Italia), sobre la máquina analítica. Ada lo tradujo al inglés con intención de difundirlo en Inglaterra, acordándolo con el editor científico Charles Wheatstone, pero sin comentarle a Babbage nada al respecto.

Cuando Babbage tuvo conocimiento de la traducción de ADA, le sugirió que introdujese en la memoria sus propios comentarios[4]. Para ello, la condesa de Lovelace se inspiró en el invento para telares mecánicos de 1801, de Joseph Mario Jacquard, y elaboró un informe tres veces mayor que el de Menabrea, llamado ‘Notas’, que publicó con sus iniciales A.A.L.

Las ‘Notas’ de Ada contenían un lenguaje de programación con la finalidad de aplicarlo a la máquina analítica y poder solucionar así los errores cometidos por Babbage. El diseño de la máquina analítica tal y como proponía Lovelace era complicado en aquella época, ya que se trataba de un invento muy adelantado para aquel entonces. Fue el precedente histórico de los ordenadores actuales.

---

3 Este informe se publicó en el número 82 de la revista Bibliotêque Universelle de Genève (Berrón, 2007:9).

4 Babbage, en su biografía, dice literalmente: “Un tiempo después de la aparición de su memoria (de Menabrea) sobre el tema en la “*Bibliotêque Universelle de Genève*”, la difunta Condesa de Lovelace me informó que la había traducido. Le pregunté por qué no había escrito un trabajo original sobre un tema que conocía tan profundamente. A esto, Lady Lovelace contestó que no se le había ocurrido la idea. Sugerí entonces que añadiera unas notas a la memoria de Menabrea, idea que fue adoptada de inmediato. Discutimos juntos las diferentes ilustraciones que se podrían introducir; yo sugerí varias, pero la selección fue enteramente suya. También lo fue la solución algebraica de los diferentes problemas, a excepción de los que se referían a los números de Bernoulli, que yo había ofrecido hacer para ahorrarle el trabajo a Lady Lovelace. Me los volvió a enviar para su corrección, pues había detectado un error grave que yo había cometido en el proceso. Las notas de la condesa de Lovelace son unas tres veces más largas que la memoria original. Su autora ha entrado de lleno en casi todas las abstractas y muy difíciles cuestiones relacionadas con el tema. Estas dos memorias en su conjunto proporcionan, a aquellos que son capaces de entender el razonamiento, una demostración completa de que la totalidad de los desarrollos y operaciones del análisis son ahora posibles de ejecutar por medio de máquinas” (Salmerón, 2008).

Cuando Ada finalizó sus 'Notas', comenzó a investigar el mundo de las carreras de caballos y, como medio para conseguir el dinero que necesitaban, elaboró teorías probabilísticas que ella y Babbage intentaron aplicar a las apuestas, sin éxito alguno, ya que les llevó a la ruina.

En su 34 cumpleaños, en 1850, Ada recibió una carta muy afectuosa de Mary Somerville, en la que se dirige a ella como la maga de los números.

La condesa de Lovelace murió en Londres el 27 de noviembre de 1852, y su cuerpo fue enterrado junto al de su padre, en Inglaterra[5]. Curiosamente, ambos fallecieron a los 36 años. Scherezada, la hija de Ada, también murió a la misma edad que su madre y su abuelo.

Aportaciones

Solo se conserva una parte de su obra, algunas notas y cuadernos, debido a que muchos de sus escritos fueron destruidos por su madre.

Su ensayo 'Notas', publicado en 1843, anticipó el desarrollo del software informático actual y descubrió el concepto de bucle o subrutina, instrumento de programación básico en los actuales ordenadores, que permite efectuar repeticiones de un conjunto de instrucciones.

En sus siete notas, Ada distinguía lo que era la máquina diferencial (artilugio con capacidad de resolver polinomios de segundo grado) de la máquina analítica (capaz de hacer operaciones repetitivas del cálculo matemático, al incorporar procesos y elementos de programación elementales). Ada analizó y describió el mecanismo de la máquina analítica, una verdadera calculadora, que viene a ser el antecedente de las modernas computadoras, ya que contaba con secuencia de entrada, unidad de proceso, memorización y salida de datos y se programaba con tarjetas perforadas (como las del telar de Jacquard).

5 Concretamente,en la iglesia de Santa María Magdalena en Hucknall, Jorkard Nottinghamshire.

Otra de sus notas, estaba dedicada a la mecánica de programación de la máquina analítica. Elaboró un programa para el Ingenio Analítico que calculaba los números de Jacob Bernoulli, y analizaba las órdenes que se le daban, así como su correcta aplicación.

Ada escribió (Nomdedeu, 2000:76): “Resulta muy adecuado decir que el ingenio analítico teje pautas algebraicas, al igual que el telar de Jacquard teje flores y hojas”.

Y, como explica Nomdedeu (2000:76), “para ilustrarlo preparó un programa con el que el ingenio analítico podía calcular los números de Bernoulli”.

Los números de Bernoulli vienen definidos por **B_a** dentro del desarrollo polinómico siguiente:

$$\frac{Z}{E^{Z}-1} = \frac{1}{\sum_{1 \leq N \leq 0} \frac{Z^{N-1}}{N!}}$$

Se desprende, dando valores a **z** y **n** y, tras ciertas sustituciones, que:

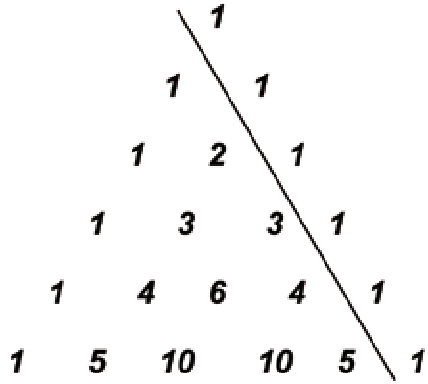
$$1 = 1B_0$$

$$0 = 1B_0 + 2B_1$$

$$0 = 1B_0 + 3B_1 + 3B_2$$

$$0 = 1B_0 + 4B_1 + 6B_2 + 4B_3$$

$$0 = B_0 + 5B_1 + 10B_2 + 10B_3 + 10B_4$$



cuyos coeficientes recuerdan al triángulo aritmético y cuyas filas oblicuas son sucesiones en diferencias finitas, que las máquinas de Babbage podían tratar mecánicamente, siempre que se les proporcionaran las órdenes oportunas en un programa adecuado. Ada añadió a las posibilidades que esta máquina ofrecía la herramienta de los subprogramas, con los que solo un paquete de instrucciones es suficiente para que la máquina repita una determinada secuencia de órdenes cada vez que se le requiera desde el programa principal.

Si prescindimos de los 1 del lado derecho del triángulo, obtenemos los coeficientes de cada una de las ecuaciones del sistema que hay que resolver para hallar los números de Jacob Bernoulli".

El diseño de la máquina analítica se basaba en la idea de reutilizar las tarjetas encargadas de un procedimiento cada vez que fuese necesario dentro un mismo programa. Era un diseño distinto, complicado y muy avanzado para la ingeniería del siglo XIX. Podía sumar, restar multiplicar y dividir directamente y, según los planos, se debía programar con tarjetas perforadas:

> "La máquina analítica no tiene ninguna pretensión de *originar nada*. Puede hacer cualquier cosa que *sepamos ordenarle cómo hacer*. Puede *seguir* el análisis; pero no tiene capacidad de *anticipar* cualquier relación o verdad analítica. Es de su incumbencia ayudarnos a hacer

disponible lo que ya conocemos. Está calculada para hacer esto primordialmente y sobre todo, está claro, por medio de sus facultades ejecutivas; pero es posible que ejerza una influencia *indirecta* en la ciencia misma de otra manera. Porque, al distribuir y combinar las verdades y las fórmulas del análisis de manera tal que sean lo más fácil y rápidamente disponibles a las combinaciones mecánicas de la máquina, las relaciones y la naturaleza de varios temas en esa ciencia reciben necesariamente una nueva luz, y se investigan más profundamente" (Nomdedeu, 2000:188).

Alan M. Turing, en 1937, y Von Neuman, en 1946, trabajaron en el desarrollo de los ordenadores tal y como los conocemos en la actualidad, utilizando para ello el trabajo de Ada.

Ada fue mundialmente reconocida porque el Departamento de Defensa de EEUU otorgó su nombre a un lenguaje de programación diseñado por Jean Ichbiarh, para reducir errores habituales y difíciles de detectar.

En la actualidad, el lenguaje de programación ADA (Software de Ada) se usa en entornos donde la seguridad es imprescindible, como la aeronáutica, la gestión del tráfico aéreo o la industria aeroespacial. Existen dos estándares del mismo, ADA 83 y ADA 95. El lenguaje de programación ADA, fue presentado oficialmente el 14 de mayo de 1979.

En 1991 se construyó la máquina diferencial y funcionaba a la perfección, lo que demuestra que los diseños de Babbage también habrían sido posibles.

Ada también colaboró en la redacción de dos notas para un libro que publicó su marido Willian King, en 1848, y en el Libro *"Vestiges of the natural history of creation"* de John Crosse.

En una de las cartas que Ada escribió a Babbage, le propuso la descripción matemática de un juego, "solitario", a partir de la numeración de las piezas y la descripción de cada posible movimiento.

Además, elaboró una teoría de las probabilidades con intención de aplicarla a las apuestas que ella y Babbage hacían en las carreras de caballos. Se trataba de elaborar una máquina capaz de predecir los resultados, pero no triunfó.

Por último, cabe destacar que son numerosos los reconocimientos que existen en la actualidad a su labor científica, como Medallas de la Sociedad Informática Británica y premios que otorgan numerosas asociaciones, relacionados tanto con el reconocimiento de la mujer en el campo de la computación, como los relacionados con el lenguaje de programación ADA.

A continuación se muestra un esquema sobre su principal creación: *La máquina analítica*:

Imagen de *"Prototipo de la Máquina Analítica de Babbage, diseñada y construida de 1834 hasta 1871"* (Extraída de Berrón, 2007:11).

La significación del contenido de las 'Notas' de Ada no tuvo reconocimiento hasta un siglo más tarde. Fue la primera persona que escribió un lenguaje de programación para las computadoras, pero su identidad estuvo oculta durante muchos años, hasta que Menabrea, se interesó por saber su nombre. Su autoría estuvo relegada a un segundo plano, se la conocía como la expositora e intérprete de las ideas de Babbage y firmó sus trabajos con sus iniciales "A.A.L.", por miedo a ser censurada por ser mujer. Otro ejemplo de esta discriminación social, sería su infructuoso intento de acceder a la Biblioteca de la Real Sociedad de Londres (Royal Society) de la que era miembro su marido: las mujeres estaban excluidas y no podían formar parte de la misma.

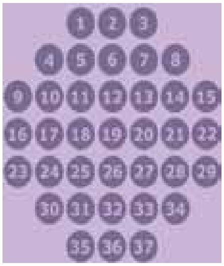
Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- El juego de Ada.

En una de las cartas que Ada escribió a Charles Babbage le decía lo siguiente:

"Acabo de descubrir el siguiente juego, o puzzle, llamado Solitario. Consta de un tablero octagonal como el del dibujo, con 37 casillas en la posición que he dibujado, y 37 fichas colocadas en las casillas. Debe quitarse una ficha para poder comenzar, y entonces se salta y se come una ficha. Por ejemplo, si la ficha 19, la del centro, es la que quitamos en el primer momento, entonces la ficha 6 puede saltar sobre la ficha 12 y colocarse en la casilla vacía 19, y la ficha 12 se retira del tablero. Las fichas solo se pueden mover saltando sobre otras, y siempre en ángulo recto, nunca en diagonal. El juego consiste en dejar únicamente una ficha en el tablero. Se puede jugar durante mucho tiempo, no tener éxito y dejar 3, 4, 5 o incluso más fichas que al no tener ninguna ficha vecina ya no pueden ni saltar, no comer, ni retirarse del tablero. He estado observando e investigando sobre el juego y ya soy capaz de terminarlo correctamente, pero no conozco si el problema admite alguna fórmula matemática que permita resolverlo. Estoy convencida de que es así. Imagino que debe ser un principio definido, una composición de propiedades numéricas y geométricas de las que dependa la solución, que pueda ser expresada en lenguaje simbólico. Pienso que depende mucho de la primera ficha eliminada..."

Se propone al alumnado que prueben a jugar al solitario de Ada. Para ello, tendrán que imprimir o dibujar el tablero, y utilizar papeles o botones como fichas.



2.- Cuando se trabaje en el aula con experimentos y sucesos aleatorios, técnicas de recuento, propiedades y dependencia de sucesos en el ámbito de la probabilidad, o la simulación de un experimento aleatorio, se proponen los siguientes ejercicios:

a) Juego de azar.

Puede participar cualquier número de jugadores/as. Cada persona dispondrá de tres canicas. Los y las participantes sacarán a la vez un número de canicas en la mano cerrada, es decir, 0 canicas, 1 canica, 2 canicas, o 3 canicas, y, por orden, tendrán que adivinar cuál es el número total de canicas que hay.

b) Dependencia e independencia de sucesos.

Una empresa de mecanizado y montaje, efectúa un sorteo de tres ordenadores por Navidad. Se venden 100 papeletas entre las y los trabajadores, de las cuales, tres, tienen premio.

- Eva, que trabaja en una máquina de control numérico, compra cinco papeletas ¿Cúal es la probabilidad de que obtenga algún premio?
- A continuación, su compañera Rosa, detiene la fresadora y se va a comprar tres papeletas más. ¿Cúal es la probabilidad de que Rosa obtenga algún premio?

3.- Por último, se propone trabajar los algoritmos, mediante el siguiente ejercicio:

Como hemos dicho anteriormente, Ada adaptó el sistema de tarjetas perforadas que había utilizado Jackard en su telar de tejido, a la máquina de Babbage, para que esta repitiera determinadas operaciones. De esta manera fue capaz de realizar un programa algorítmico para el cálculo de los Números de Bernoulli.

El proceso de diseño de un programa consta entre otras cosas de los siguientes pasos o etapas: Análisis del problema, y construcción de un algoritmo para codificarlo y convertirlo en lenguaje inteligible para los ordenadores.

¿Sabes qué es un algoritmo? Busca información en Internet y trabaja en grupo algoritmos conocidos, tales como el algoritmo de la Suma, del cálculo de raíces cuadradas, del procedimiento para cambiar la rueda de una bicicleta…

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu}(u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)$$

Florence Nightingale,
(1820-1910)

Las estadísticas aplicadas a las necesidades médicas

Fue una persona religiosa, crítica con la formación y preparación que recibían las mujeres en aquella época, e impulsora de reformas en el ámbito educativo, estadístico y de la administración civil y militar. Propuso la creación de escuelas de enfermeras, basadas en nuevos planes formativos teórico-prácticos, y contribuyó, por medio de métodos estadísticos, a la minoración de muertes de soldados militares durante la guerra de Crimea, a partir de la mejora de las condiciones higiénicas de los hospitales y de la imposición de reglas de administración sanitaria. Su obra es relevante y sugerente, consta de unos 200 libros, además de informes y folletos.

Su contexto

Podemos situar a esta mujer en plena era victoriana, en el siglo XIX. Su familia, de clase alta y activista política, era partidaria de las ideas unitarias en círculos inconformistas de la Iglesia Anglicana y la apoyó en sus estudios, aunque no en la formación práctica de la enfermería. Nightingale mostró preocupación por los problemas sociales de aquella época y fomentó la enseñanza teórica y práctica, siguiendo los pasos de su abuelo, diputado que defendió la abolición de la trata de esclavos.

Biografía

Florence Nightingale nació en Florencia el 12 de mayo de 1820, en el seno de una familia británica acomodada, formada por su padre, William Edward Nightingale, su madre, Frances Nightingale, y su hermana mayor, Parthenope. William, que había estudiado en la Universidad de Cambrige, se preocupó por la educación de sus hijas, pero no apoyó a Florence para que se formase en la práctica de la enfermería. En contra de la voluntad de sus familiares, Nightingale no se casó y continuó sus estudios y su formación[1].

En 1848 impartió clases en la Ragged School de Westminster (Londres) a niños que carecían de recursos económicos. Ella les llamaba “sus ladronzuelos”.

Un año después viajó por Egipto, Grecia y Alemania, donde descubrió un Hospital cerca de Düsseldorf, en Kaiserswerth, que desempeñaba a la vez, funciones de escuela y orfanato. Allí acudió, con 30 años, para recibir la formación práctica en enfermería que tanto deseaba, y descubrió que en ese lugar las mujeres podían recibir una provechosa educación. Para completar esta formación, visitó hospitales de Gran Bretaña y Europa y elaboró informes con los datos analizados[2].

1 Para ello se apoyó en personas como Samuel Gridley Howe (1801-1876), americano pionero en la enseñanza para ciegos.

2 Sobre 1848, Florence escribió “Lo primero que recuerdo, y también lo último, es que quería trabajar como enfermera o, al menos, quería trabajar en la enseñanza, pero en la enseñanza de los delincuentes, más que en la de los jóvenes. Sin embargo, yo no había recibido la educación necesaria para ello”, (Attewell, 2000:2, citando a Vicinus y Nergaard, 1989:30).

En 1853 obtuvo su primer empleo, como gerente en un sanatorio de Londres, en el que permaneció hasta el estallido de la Guerra de Crimea, en 1854. Sidney Herbert, Secretario de Estado para la Guerra, valoró positivamente la experiencia y conocimientos de Florence y le ofreció un trabajo[3] en el ejército como directora de un grupo de enfermeras en el Hospital de Escutari, en el continente asiático. Florence aceptó el puesto.

Durante la guerra de Crimea (1854 a 1856), Nightingale mostró interés por la higiene y la organización. Se dedicó personalmente a la cura y al cuidado de los soldados enfermos y heridos e impulsó medidas muy beneficiosas desde su puesto de directora. Para organizar el funcionamiento del Hospital, estableció pautas de actuación, una jerarquía de personal e impulsó el establecimiento de una lavandería y de un laboratorio de patologías. También influyó en la salud y el entretenimiento de los pacientes, mejoró su dieta, favoreció la lectura y les proporcionó un mecanismo para que pudiesen enviar dinero a sus familias. Se conoce a Florence como la Dama de la lámpara (Lady with the Lamp), porque velaba de madrugada a los heridos y recorría el hospital provista de un candil para comprobar que todo estuviese correcto.

Al final de la guerra le ofrecieron un cargo público como enfermera Jefe del hospital y supervisora de la formación de enfermeras, pero lo rechazó para volcarse en promover proyectos educativos vinculados a la profesionalización de la enfermería. Así mismo, la experiencia en Crimea la impulsó a iniciar una investigación sobre lo allí sucedido. Elaboró una campaña con intención de mejorar los estándares de sanidad y crear un comité de investigación sobre los muertos por enfermedad y en el campo de batalla. Se encargó de ordenar las pruebas que tenía sobre la pésima administración de los hospitales y elaboró estadísticas sobre los índices de mortalidad de esta guerra. Estas aportaciones fueron muy valoradas por la Reina Victoria y una buena parte de la población de Gran Bretaña, hasta el punto de que un grupo de seguidores inició una recolecta de dinero (“Fondo Nightingale”)

---

3 “Solo existe una persona […] capaz de organizar y supervisar tal proyecto […]. La selección y reclutamiento de enfermeras resultará difícil: nadie lo sabe mejor que tú. La dificultad de encontrar mujeres con buena disposición para una tarea que a fin de cuentas está llena de horrores y que requiere, aparte de conocimientos y buena voluntad, gran energía y coraje, será tremenda […]. Mi pregunta es simple: ¿estarías dispuesta a aceptar la petición de ir a supervisar todo el proyecto? Por supuesto, contarías con autoridad absoluta sobre todas las enfermeras y creo que podrías asegurarte una ayuda y colaboración total por parte del personal médico” (Ladios, 2005).

con la finalidad de que, a su regreso a Inglaterra, crease una escuela para reformar los hospitales civiles.

En 1957 contribuyó a la creación de la Comisión Real sobre Sanidad en el Ejército Británico.

A pesar de que muchos médicos se oponían en los hospitales a las nuevas enfermeras[4], Florence y el Fondo Nightingale comenzaron a negociar la creación de un centro de formación de enfermeras en el hospital St. Thomas de Londres en 1960. La escuela estaba perfectamente organizada. En ella vivían las alumnas que dependían de la enfermera jefe y la formación la impartían monjas y médicos del hospital. Las pupilas recibían una remuneración y, al finalizar sus estudios, pasaban a ocupar un puesto en un hospital elegido por el Fondo.

Florence siguió de cerca el desarrollo de la escuela. Aconsejaba de forma práctica y moral a sus alumnas y pensaba que el trabajo de enfermera no se aprende en los libros, sino que es algo que solo se aprende con la práctica en las salas de hospital. Fue la primera teórica de los estudios de enfermería.

En 1887 se habían formado en la Escuela Nightingale 520 enfermeras, y 42 eran enfermeras jefe de hospitales. Esto supuso la apertura de escuelas en otros países, así como la creación de una red internacional que seguía la formación Nightingale. A partir de este momento, la enfermería como profesión, comenzó a dignificarse.

Además de la educación en el ejército y la formación práctica de la enfermería, Florence se interesó por los asilos de personas pobres y proyectó, junto al matemático Frances Galton, una cátedra de Estadística en Oxford. Fue la primera mujer miembro de la Asociación profesional de los estadísticos en el Reino Unido[5].

4 "En 1856, John Flint South, cirujano en el hospital St. Thomas de Londres, declaró que en su opinión una enfermera no necesitaba más formación que una criada" (Attewell, 2000).

5 La Statistical Society of London, que se convirtió a finales del siglo XIX en la Royal Statistical Society.

En 1908 le otorgaron la medalla al mérito, un reconocimiento que no solía recaer en las mujeres; en 1909 fue galardonada con el Premio Libertad de la ciudad de Londres ("Liberty of the city of London") y en 1934 se creó la Fundación Nitghtingale (Florence Nightingale International Foundation).

En esta última etapa de su vida precisó de los cuidados de otras personas, al estar su salud muy deteriorada. Se quedó ciega e inválida y falleció en su casa (en Hampshire) el 13 de agosto de 1910, a la edad de 90 años.

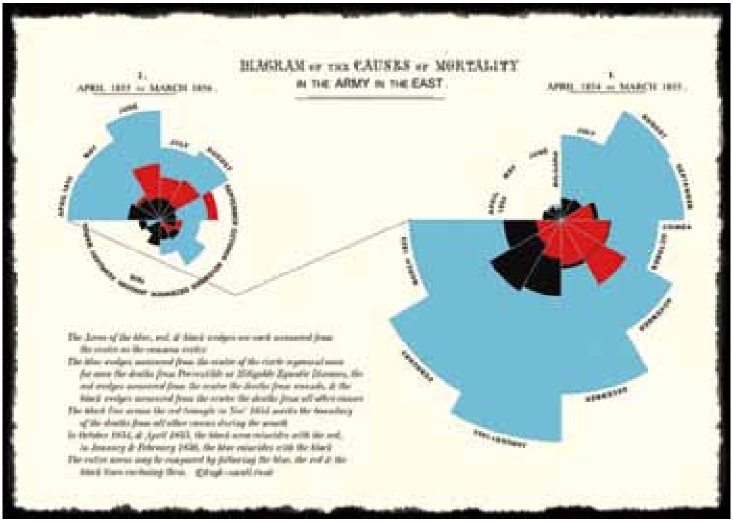
Aportaciones

El legado de Florence Nightingale es sugerente, amplio y variado. Escribió unos 200 libros, informes y folletos. También impulsó reformas como administradora, como educadora y como estadística, donde haremos más hincapié, por ser la parte de su obra que interesa en esta materia.

Como investigadora se encargó de recopilar datos sobre natalidad y mortalidad en distintos hospitales para realizar estudios estadísticos. Aprovechando sus conocimientos en matemáticas, analizó los datos de que disponía utilizando como metodología la estadística médica y el razonamiento inductivo. Este análisis tuvo como resultado una reducción de la tasa de las epidemias y de la mortalidad del 43% al 2% en los hospitales militares británicos y significó una mejora de la asistencia sanitaria tanto de forma cuantitativa como cualitativa. A día de hoy, los estudios estadísticos de Florence Nightingale siguen siendo un recurso muy utilizado en las clínicas y Hospitales para elaborar los diagnósticos médicos.

La dama de la lámpara también inventó un sistema de logaritmos que mejoró la práctica quirúrgica y diseñó un sistema de representación gráfica de datos parecido a los diagramas de sectores actuales, llamado diagrama de área polar.

Nightingale utilizó este Diagrama de área polar para representar el número de las muertes acaecidas en el ejército británico durante la guerra de Crimea por enfermedades infecciosas, por heridas y las debidas a otras causas, entre abril de 1854 y marzo de 1856:



Extraído de: http://www.ine.es/expo_graficos2010/expogra_autor4.htm

El texto de la imagen dice lo siguiente:

"Cada una de las áreas azules, rojas y las secciones negras, está medida utilizando el centro como vértice común. Las secciones azules medidas desde el centro del círculo representan, área por área, las muertes por Enfermedades Zymóticas, desde Prevenibles hasta Mitigables.

Las secciones rojas medidas desde el centro representan las muertes de heridas. Las secciones negras medidas desde el centro representan las muertes por otras causas.

La línea negra que cruza el triángulo rojo en Noviembre 1854 marca el límite de las muertes debidas a todas las otras causas durante ese mes.

En octubre de 1854 y abril de 1855, el área negra coincidió con la roja. En enero y febrero de 1855, el azul coincidió con el negro.

Las áreas completas pueden compararse siguiendo las líneas limítrofes del azul, el rojo y el negro."

La contribución de Florence a la mejora de la estadística social fue reconocida por el matemático británico precursor de la estadística moderna, Karl Pearson.

Como administradora, Nightingale influyó en la mejora de la sanidad en los hospitales militares y civiles, así como en la asistencia social en la India (entonces colonia inglesa) impulsando medidas pioneras de control de infecciones. Defendió una dieta sana como factor clave para la recuperación, y organizó los recursos humanos y materiales que tenía a su alcance gestionando su funcionamiento, lo que proporcionó una mejora en el sistema sanitario, sobre todo en cuanto a higiene y formación del personal se refiere.

Su obra sobre planificación hospitalaria, *Notas sobre cuestiones relativas a la sanidad, la eficacia y la administración de los hospitales en el Ejército Británico*, influyó en la mejora de la educación de los soldados y médicos militares. Fue traducida a muchos idiomas y, en la actualidad, sigue siendo un manual usado con frecuencia por el personal de la administración sanitaria. Muchas de las sugerencias que ella le hizo al Secretario de Estado para la Guerra sirvieron para elaborar reglamentos militares y fomentaron la creación de la Comisión Real sobre Sanidad en el Ejército Británico en 1857.

Como educadora impulsó la mejora de la formación práctica del personal sanitario. Para ello contribuyó a la creación de escuelas para la formación de médicos militares[6] y de mujeres enfermeras, impulsando el acceso de estas a la educación y a una experiencia práctica en esta disciplina[7]. Su principal obra, *Notas sobre Enfermería. Qué es y qué no es*, fue utilizada en las escuelas para la formación de enfermeras y sigue siendo en la actualidad un manual consultado por quienes trabajan en el ámbito sanitario.

Florence Nightingale desarrolló sobre todo la concepción, hasta entonces rechazada, y que, sin embargo, ha permanecido vigente hasta la actualidad, de la necesidad de obtener datos y sistematizarlos, anotarlos, pasarlos a

6 En 1960 se creó la primera Escuela de Medicina Militar del Reino Unido.

7 “Mis teorías no han suscitado interés entre las mujeres. Las que fueron conmigo a Crimea no aprendieron nada de mí, y ninguna […] ha sacado las lecciones de la guerra” escribió Florence a Mary Mohl en diciembre de 1861 (Attewell, 2000:7, citando a Vicinus y Nergaard, 1989:230).

gráficas y diagramas, para poder hacer cualquier investigación aplicada. También influyó muy positivamente en la profesionalización de las mujeres enfermeras y contribuyó a la mejora del ámbito educativo en este campo. No obstante, no aplicó esta fórmula a otras profesiones, discriminando la labor de otras mujeres que precisaron su apoyo para acceder a la medicina. Ella consideraba que la medicina era una profesión de hombres en la que las mujeres no podían tener cabida. En la actualidad, siguen existiendo profesiones feminizadas, una de ellas es precisamente la enfermería.

Se han realizado varias películas sobre ella[8], existen multitud de piezas audiovisuales sobre su trayectoria (por ejemplo en www.youtube.com), aunque, por supuesto, donde más información podemos obtener sobre su vida y obra es en el Florence Nightingale Museum de Londres[9].

8 The white Angel (1936); Florence Nightingale (1985); Florence Nightingale (1993); Florence Nightingale (2008).

9 En el Museo, una mujer representa a Florence y describe su vida al alumnado que acude de visita. Los y las escolares se encontrarán allí desde su búho mascota “Athena”, hasta la lámpara turca que utilizó durante la guerra, o la pizarra que usaba cuando era una niña.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Cuando se trabajen los estudios estadísticos y se expliquen los caracteres estadísticos cuantitativos y cualitativos y sus modalidades, así como las muestras representativas de la población que se toman el azar para realizar estos, se podría incluir la siguiente actividad:

Se desea hacer un estudio sobre la intención de jugar al fútbol en una población formada por 5 millones de personas, de las cuales 2.900.000 son mujeres.

Para realizar el estudio se elige una muestra formada por 3.000 personas.

¿Cuántas mujeres deberá haber en la muestra elegida para que sea proporcional a la población femenina existente?

2.- Asimismo, cuando se trabajen los diagramas de barras que se utilizan para comparar datos cualitativos o cuantitativos discretos, se propone la siguiente actividad:

Se elabora un análisis estadístico anual en Universidades públicas elegidas para comprobar el número de mujeres doctoras honoris causa por año de investidura, con respecto al número total de hombres y mujeres que lo son. Los datos, tomados de la publicación “La mujer en cifras” del Instituto de la Mujer, son los siguientes:

Doctores/as Honoris Causa de Universidad		
AÑO	TOTAL (hombres y mujeres)	% MUJERES
2010	97	15,56%
2009	93	9,86 %
2008	97	10,31 %
2007	85	5,88 %
2006	71	2,82 %
2004	87	5,75 %
2003	72	9,72 %
2001	69	8,70%
2000	90	2,22%

a) Calcula el número de mujeres y hombres doctores/as honoris causa que hay en las universidades para cada año.

b) Represéntalo gráficamente mediante un diagrama de barras.

c) Compara ambos resultados.

d) ¿Qué te sugieren los datos?

3.- Los Diagramas de sectores, que se usan para comparar distintas modalidades de un carácter cualitativo, se podrían trabajar mediante el siguiente ejercicio:

La distribución del 100% del gasto que una familia invierte en higiene personal cada mes viene dado por los siguientes porcentajes:

Gel de baño	26%
Champú	14%
Crema hidratante	14%
Crema dental	8%
Colonia	9%
Otros	29%

Construye un diagrama de sectores que represente esta situación.

4.- Como actividad complementaria para casa o la clase de informática, se puede proponer al alumnado efectuar las representaciones en EXCEL.


SOFIA KOVALEWSKAYA

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu}(u + u_k)\,G_0(u), \quad \omega_k - \lambda_0 u \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}\right.$$

Sofía Vassilievna Kovalevski,
(1850-1888)

Matemáticas, nihilismo, poesía y transformación social

Sofía Kovalevski nace en el seno de una familia de la alta burguesía de Moscú. Desde pequeña poseía una facilidad para las matemáticas asombrosa. Aunque su posición social la colocó en un contexto más favorable para desarrollar su intelecto que al resto de las mujeres en Rusia, Sofía se encontrará a lo largo de su vida con numerosas barreras que le dificultan su educación, por el hecho de ser mujer.

Su esfuerzo hasta conseguir un alto nivel en matemáticas y un reconocimiento de sus logros, hacen de ella no solo una brillante matemática, sino también una mujer rebelde que luchó por la emancipación de las mujeres y por su educación. Obtuvo una cátedra en matemáticas, ganó el Premio Bordin y destacó también por su trabajo literario, reivindicando el papel de las mujeres en el mundo intelectual.

Su contexto

La vida de Sofía Kovalevski transcurre en un país y en un contexto político muy particular. Gracias a la buena situación de su familia, Sofía, tendrá más facilidad de acceder a la educación que la mayoría de las mujeres en Rusia.

En 1860 la juventud de Rusia empieza a manifestarse contra la sociedad rusa tradicional y a pedir cambios sociales. La Universidad de San Petersburgo abría en 1861 las puertas a las mujeres, que volverán a cerrarse debido a las continuas protestas estudiantiles que reclamaban reformas sociales. Cuando vuelven a abrirse, el derecho de acceso de las mujeres se había perdido de nuevo.

Fuertemente influenciada por ese movimiento social juvenil, que empieza a surgir en Rusia hacia el año 1860, Sofía será una de las más importantes defensoras del derecho a la educación de las mujeres. A pesar de las dificultades, Sofía se rebeló contra la sociedad patriarcal de su país para realizar sus sueños. Su vida fue una lucha constante. A lo largo de esta, apoyó y ayudó a las mujeres que tenía más cercanas y con las que compartía las mismas inquietudes.

Biografía

Sofía Kovalevski (también conocida como Sonia) nace en Moscú en el año 1850. Forma parte de una familia burguesa, en la que su padre, Vasili Korvin–Krukovsky, era un general que trabajaba al servicio de Nicolás I, y su madre, Elizaveta Shubert, había recibido una buena educación, ya que era hija de un matemático y astrónomo alemán llamado Féodor Féodorovitch Schubert.

Sofía mostró interés por las matemáticas desde pequeña. Se dice que en su habitación, en una casa en Bielorrusia, las paredes fueron empapeladas con escritos de Ostrogradski[1] sobre cálculo diferencial e integral.

1 Matemático y físico ucraniano.

Sofía se empezó así a familiarizar y a sentir curiosidad por estas fórmulas matemáticas que más tarde le facilitarán su aprendizaje.

Serán varias las personas que influirán en Sofía a lo largo de su vida. Cuando tenía catorce años estudió el libro *Elementos de física*, elaborado por su vecino Nicolás Tirtov. En esa época, Sofía consiguió llegar al concepto de ‘seno’ estudiando ella sola trigonometría. Nicolás Tirtov estaba impresionado y habló con el padre de Sofía para animarle a dar una educación matemática a su hija. El general pensaba que las mujeres debían saber lo suficiente para atender adecuadamente a su marido e hijos y no estaba de acuerdo con los estudios que realizaba su hija. Finalmente cederá y la familia se traslada a San Petersburgo donde Sofía empezará a estudiar cálculo y geometría analítica con el profesor Strannoliubski. Juntos intercambiaron sus ideas sobre la educación de las mujeres llegando a trabajar en un proyecto destinado a conseguir fondos para las universidades femeninas.

Al serles prohibido el acceso a la universidad, Sofía, su hermana Anyuta, y una amiga, Anna Mijaillovna Eveinova (a la que llamaban Zhanna), pensaron que la única posibilidad de continuar con sus estudios sería en las universidades extranjeras. Las mujeres solteras no podían viajar sin el permiso de sus padres, y esto suponía un impedimento para la familia de Sofía. Entre la juventud más rebelde, se empezaron a realizar matrimonios blancos para liberarse del sometimiento a la autoridad paterna y someterse a la autoridad de un marido que las dejase estudiar fuera. El candidato que cumplía este requisito se llamaba Vladimir Onufrievich Kovalevski, estudiaba leyes y, aunque en un principio iba a casarse con Anyuta o Zhanna, por ser mayores que Sofía, cuando la conoce insiste en casarse con ella.

En 1869 el matrimonio se traslada a Viena, pasan el verano en Inglaterra y finalmente se instalarán en Heidelberg (Alemania), donde Sofía consigue una dispensa especial para acudir a las clases de matemáticas. A Heidelberg acudirán también Anyuta y Zhanna, que cruzarán la frontera, y la prima de esta, Julia Lermontova. Vladimir, incómodo con la presencia de estas mujeres, abandonará el hogar.

En 1870 Sofía se traslada a Berlín decidida a estudiar con Weierstrass, profesor de la Universidad. El profesor Weierstrass le planteará problemas de gran dificultad con la intención de librarse de una estudiante mujer, pero, sorprendido por las soluciones de esta, decidió admitirla como alumna particular durante los cuatro años siguientes. Se convertirán en amigos íntimos y el profesor la ayudará en el desarrollo de su intelecto y en la obtención de su grado.

Sofía presentó para su tesis doctoral tres trabajos: “La teoría de las ecuaciones diferenciales parciales”, otro sobre los anillos de Saturno y otro sobre integrales abelianas de tercer orden. Le concederán el doctorado cum laudem en Matemáticas en la Universidad de Göttingen por el primero de ellos.

No encontró trabajo en Europa, ya que no había puestos para mujeres con doctorados en matemáticas. Resignada, Sofía vuelve a Rusia con Vladimir y por primera vez convivieron como un matrimonio. En Rusia no se permitía que las mujeres enseñasen en la Universidad, por lo que terminó dando clases como maestra de primaria. En 1878 la pareja tendrá una hija y, durante dos años, Sofía se dedicó a escribir artículos, teatro y poesía.

En 1886, junto con Anna Charlotte Leffler-Edgren escribe una obra de teatro titulada *La lucha por la felicidad* que se editó varias veces en Rusia. Realizó también una obra autobiográfica: *Recuerdos de la infancia*, en la que narra los recuerdos de su niñez y los problemas sociales de la Rusia del siglo XIX. Destacan otras obras, como la novela *Las hermanas Raevski* (1890) y, tras su muerte, se publica en Rusia, de entre sus manuscritos no revisados, la novela que cuenta la historia de una revolucionaria, con el título *Una nihilista* (1892).

El zar Alejandro II es asesinado en 1881, en un acto terrorista, por rebeldes nihilistas y cualquier persona que se consideraba simpatizante con el movimiento era perseguida. Sofía, cercana al movimiento, decide trasladarse a París, donde, en 1882, es nombrada miembro de la Sociedad Matemática. Por entonces, Vladimir tenía muchas deudas, es acusado de fraude y se suicida en 1883. Será un duro golpe para Sofía, que se refugiará en el estudio de las matemáticas, la única cosa que tenía sentido para ella.

Poco después de la muerte de Vladimir, Sofía recibió una invitación de un alumno de Weierstrass para trabajar en la Universidad de Estocolmo, aunque estaría obligada a aceptar el puesto sin sueldo. Le pagaron sus alumnos y se la empezó a valorar profesionalmente. Fue nombrada profesora durante cinco años más y, en 1889, consiguió el primer salario, lo que le permitió cubrir sus necesidades.

Durante su vida en Estocolmo, Sofía fue editora de la revista internacional *Acta Mathematica*[2], donde publicó varios trabajos.

En 1888 participó en el Premio Bordin con su trabajo “Sobre la rotación de un cuerpo rígido alrededor de un punto fijo”. Era una presentación anónima, y Sofía ganó este premio, considerado uno de los más altos honores científicos. En 1889 la nombran profesora vitalicia en Estocolmo, aunque ella soñaba con obtener un puesto similar en Rusia, lo que nunca ocurrió. En 1891 muere tras sufrir un ataque cardíaco.

Las mujeres que influyeron en la vida de Sofía y con las que compartía sus inquietudes sobre la educación y los derechos de las mujeres también consiguieron pequeños logros tras una vida de lucha.

La hermana de Sofia, Aniuta, tras huir de Rusia, desarrolló su vida en París, donde era una de las dirigentes feministas de la Comuna.

Julia Lermontova consiguió su grado en la Universidad de Göttingen y encontró trabajo en un laboratorio químico en Moscú.

Zhanna Evreinova fue la primera abogada de Rusia en 1873, tras estudiar leyes en Leipzig.

Sofía será una gran matemática recordada por todas las mujeres rusas por su lucha a favor de los derechos de las mujeres, especialmente en el ámbito de la educación. Sufrió discriminación por su condición de mujer y se vio obligada a realizar esfuerzos muy superiores a los de un hombre para demostrar su valía. Preocupada por los temas sociales, no se rindió a pesar de las dificultades de la época.

2 Revista fundada por el matemático sueco Mittag-Leffler en 1882 y financiada por su esposa, Signe Lindfors.

Aportaciones

Sofía dedicó su vida al estudio de las matemáticas en un país y en un contexto en el que esta labor estaba reservada a los hombres. Pese a ello, Sofía reivindicó su derecho a formarse en matemáticas y la mayor aportación que nos deja es el esfuerzo que realiza hasta ser la primera mujer que logra un reconocimiento profesional y académico en esta materia.

Sobre la teoría de las ecuaciones diferenciales parciales trabaja con un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con distintos números de variables. En este texto aparece el teorema Cauchy–Kovalevski.

El trabajo sobre integrales abelianas, denominado “Sobre la Reducción de cierta clase finita de Integrales Abelianas de tercer orden”, será publicado en *Acta Mathematica* en 1884.

El trabajo sobre los anillos de Saturno llevará el título “Investigación suplementaria y observaciones sobre la investigación de Laplace sobre la forma de los anillos de Saturno y sobre la propiedad de un sistema de ecuaciones”.

Escribirá también un texto, “Sobre la propagación de la luz en los medios cristalinos”, que será publicado en *Acta Mathematica* en 1883.

Su investigación más importante fue “Sobre el problema de la rotación de un cuerpo alrededor de un punto fijo”, con la que obtiene el Premio Bordin, de la Academia de las Ciencias de París. En esta investigación Sofía resolvió las ecuaciones del movimiento, planteando un sistema de seis ecuaciones diferenciales y considerando el tiempo como una variable compleja.

Sus investigaciones serán utilizadas en la mecánica y en las matemáticas hasta nuestros días.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Sofía, siendo una niña, descubre sola el concepto de 'seno'. Además, mantiene discusiones con su tío sobre los conceptos de 'asíntota' e 'infinito'. A partir de la definición del concepto de asíntota, trata de dibujar lo que has entendido.

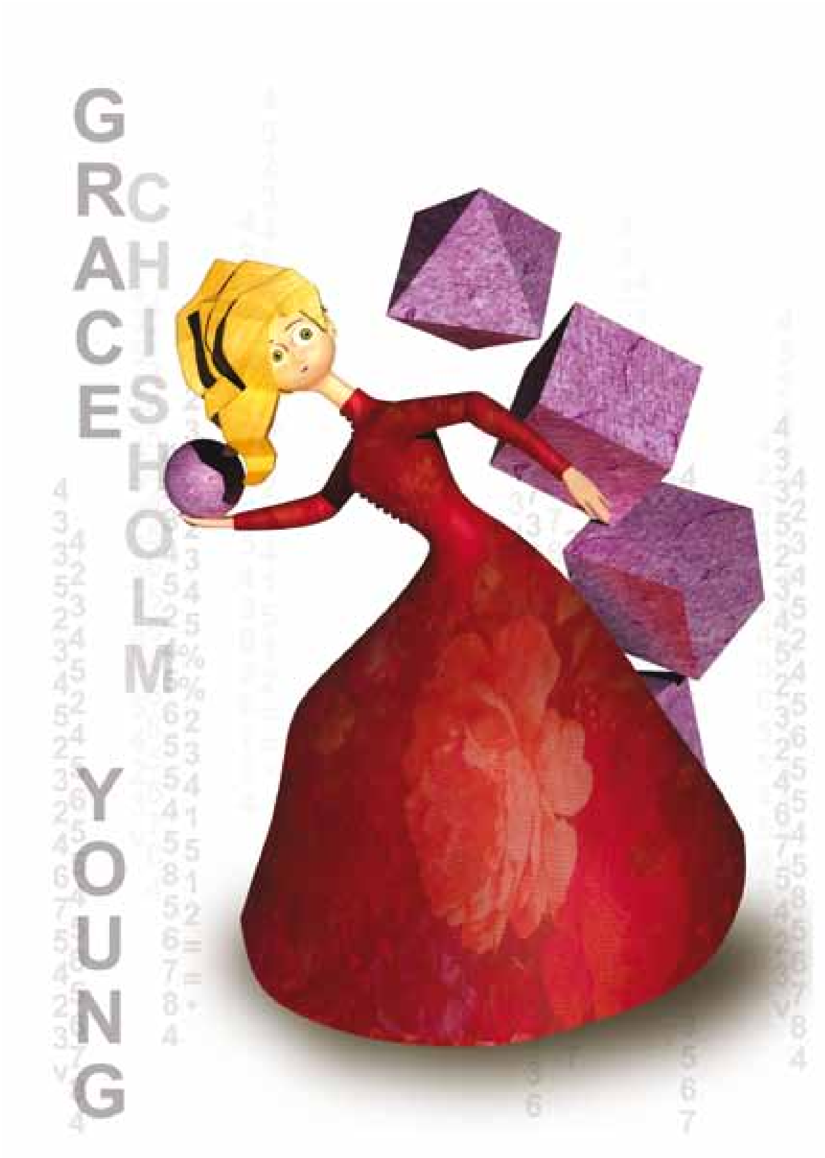
Concepto: Se denomina asíntota de una función f(x) a una recta que se aproxima a la curva pero nunca la toca, cuando al menos una de las coordenadas (x o y) tiende al infinito.

2.- En geometría, la rotación de un cuerpo respecto de un punto O es un movimiento de cambio de orientación del cuerpo, de forma que, dado un punto cualquiera del mismo, este permanece a una distancia constante del punto O. Para definir este movimiento se necesita conocer: el punto O, que denominaremos centro de rotación. El ángulo de giro. Y el sentido de la rotación.

Sabiendo esto dibuja la trayectoria de rotación de los vértices de un triángulo isósceles alrededor de un punto externo O, con un ángulo de giro de 60 grados y sentido levógiro o contrario a las agujas del reloj.

3.- Como se puede leer en la biografía, Sofía Kovalevski escribió sobre la configuración de los anillos de Saturno, probablemente el más bello de los planetas vistos desde el telescopio, pero ¿alguna vez lo has visto? ¿Sabes a qué distancia está de la tierra? ¿Conoces algún otro planeta que también tenga anillos?

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}\right.$$


GRACE
CHISHOLM
YOUNG

$$), \quad G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Grace Chisholm Young,
(1868-1944)

Primer libro de Geometría

Grace Chisholm Young destacó por ser una de las mentes matemáticas más importantes de la historia. Su vida se desarrolla en un contexto familiar y social mucho más favorable que el de otras mujeres científicas o matemáticas, por lo que no encontró demasiados impedimentos para desarrollar su intelecto y sus posteriores investigaciones. Tras su matrimonio con William Young publica varias obras, pero es difícil delimitar y distinguir su aportación de la de su marido. El libro más exitoso puede que sea *Primer Libro de Geometría*, donde plasma sus teorías sobre lo conveniente de enseñar geometría en dimensión 3 (3D), ya que es mucho más real que la geometría del plano, enseñada hasta el momento.

Su contexto

Grace Chisholm Young nace en el año 1868 en la Inglaterra victoriana, en el seno de una familia de clase alta, económicamente acomodada y con una elevada educación e interés por la cultura. Era la pequeña de cuatro hermanos.

El padre de Grace, Henry William Chisholm, ostentaba un prestigioso puesto de trabajo en el Departamento de Pesas y Medidas del gobierno inglés y la madre, Ana Louisa Bell, era una consumada pianista. Era habitual que ambos dieran recitales de piano y violín en Haslemere Town Hall.

La primera formación que Grace recibió vino de manos de sus padres y estaba adaptada a los gustos y preferencias de la joven, recibiendo únicamente nociones de cálculo mental y música.

Grace fue coetánea de Sofia Khovalevsky (1850–1891), otra gran matemática, a la que dedicamos varias páginas en esta misma obra.

Biografía

A los diez años, los padres de Grace deciden dejar su educación en manos de una institutriz, que la formó hasta los diecisiete años. Tras recibir esta formación, más completa que la que había recibido de sus padres, Grace se presenta con éxito a los exámenes de acceso a Cambridge. No obstante, por su condición de mujer, no le fue permitido continuar sus estudios allí. Es así como Grace encuentra el primer bache en su carrera.

Es entonces cuando, por consejo familiar, Grace emprende una labor social, propia de las señoritas de clase alta de la época, y comienza a ayudar a la gente pobre y desfavorecida de Londres, pero el deseo de conocimiento y estudio sigue vivo en ella y con veintiún años, manifiesta a su familia su intención de estudiar medicina.

Esta aspiración de Grace no agrada a Ana Louisa, su madre, pero con el apoyo de su padre comienza a estudiar matemáticas, su segunda opción, en Cambridge en el año 1889, en el Girton College, el mejor centro de estudio de matemáticas de la época.

Entre otros profesores, Grace contó con Arthur Cayley (1821–1895), uno de los fundadores de la escuela británica de matemáticas puras, a quien acude, aconsejada por William Young, tutor de Grace en esa primera etapa académica, y que años más tarde se convertiría en su marido.

En el año 1892 Grace obtiene su diploma de estudios, pero su sed de conocimiento iba más allá y, tras terminar sus estudios de matemáticas, deseaba continuar su carrera y doctorarse. Esto resultaba imposible en Inglaterra, donde se lo impiden por el hecho de ser mujer, y es entonces cuando decide intentarlo en Göttingen (Alemania), donde se doctoraron mujeres como Sofia Kovalevskaya y Emmy Noether.

El ingreso de Grace en la nueva universidad fue apoyado por Felix Klein, profesor cuya actitud describe Grace de la siguiente manera:

> "La actitud del Profesor Klein es esta, no admite la admisión de cualquier mujer que no haya ya realizado un buen trabajo y que pueda superar las pruebas de grado o equivalentes… El Profesor Klein es moderado. Hay miembros en la Facultad que no están de acuerdo con la admisión de mujeres y otros que lo desaprueban totalmente" (Salvador y Molero, s/f:2).

A pesar del apoyo del profesor Klein para entrar en la Universidad de Göttingen, Grace necesitaba el permiso del Ministerio de Cultura de Berlín. No obstante y lejos de encontrar escollos para la obtención de ese permiso, Grace se encuentra con el hecho de que el oficial encargado de la educación superior en Alemania era Friedrich Althoff, director General de Universidades en Prusia, entre 1882 y 1908, de ideología liberal y muy interesado en la educación superior de las mujeres. En esos años, en Alemania hubo una política educativa pionera, se incrementó el número de universidades técnicas y se diferenciaron las labores de enseñanza e investigación.

Grace asistía a las clases de Klein con otras dos mujeres y se cuenta en las crónicas sobre la vida de Grace, que el profesor Klein tuvo que cambiar su habitual saludo de "¡Caballeros!" por uno más abarcador e incluyente de alumnos y alumnas como fue el de "¡Oyentes!".

Finalmente Grace consigue doctorarse en el año 1895, bajo la tutorización de Felix Klein. El título de su investigación fue: *Grupos algebraicos y trigonometría esférica.*

Grace regresa a Inglaterra y envía su tesis a diferentes personalidades del mundo de las matemáticas. A este intento de difusión de sus investigaciones responde William Young, su futuro esposo, quien le ofrece colaborar con él para escribir un libro de astronomía.

Grace y William Young se casan en Londres en junio de 1886 y se van a vivir a Cambridge, lugar en el que ella puede continuar sus investigaciones. Al finalizar el primer año de casados, nace su primer hijo y se trasladan a vivir a Alemania. Tras ese primer hijo vinieron cinco más, lo que supuso que Grace tuviera que hacer un esfuerzo descomunal para continuar su carrera como investigadora.

Ella misma sostiene que aprovechaba los momentos en los que su marido viajaba para trabajar en sus investigaciones.

Aportaciones

Como ha sucedido a lo largo de la historia con las investigaciones y escritos de numerosas mujeres, en el caso de Grace es muy difícil dividir las aportaciones que hace ella a las matemáticas de las que hace su marido, ya que la gran mayoría de las obras se publican con el nombre de ambos. Podemos señalar, no obstante, que el profesor William Young no publica ninguna investigación original ni destaca en el mundo de la investigación matemática hasta que contrae matrimonio con Grace Chisholm. A continuación nos centraremos en algunos de los temas sobre los que ella trabajó.

En el año 1905 Grace escribe dos libros: *Bimbo* y *Primer libro de Geometría*. En el primero de ellos la autora describe el proceso de división celular. Esta publicación nace con el objetivo de servir de herramienta didáctica para instruir en Biología a uno de sus hijos.

Primer Libro de Geometría lo escribe en colaboración con su marido. Este libro goza de gran fama aún en la actualidad. Fue traducido a varios idiomas y reeditado en 1970, con el nombre de *Beginner´s Book of Geometry*. En él se plasma el hecho de que a los escolares no se les inculcara el hábito de la observación geométrica, ni se les instruyera en la práctica natural del pensamiento en dimensión 3. Grace en esta obra afirma lo siguiente:

> "En cierto sentido la geometría plana es más abstracta que la tridimensional, o también llamada geometría del sólido" (Salvador y Molero, s/f:6).

Grace era partidaria de que los alumnos y alumnas utilizaran herramientas a su alcance para construir figuras geométricas (lápices, tijeras, papel, alfileres…), por lo que en esta publicación incluyó desarrollos de figuras tridimensionales para que pudieran ser construidas. Opinaba que viendo estas figuras construidas sería más sencillo que entendieran y resolvieran los problemas de geometría, ya que la geometría en dimensión 3 es más cercana a la realidad y a la experiencia cotidiana. De esas figuras geométricas, solo 5 pueden ser clasificadas dentro del grupo de poliedros regulares o sólidos platónicos.[1]

A lo largo de su vida elaboró unos 200 artículos en colaboración con su marido e hizo aportaciones a la integral de Lebesque y sobre el estudio de las derivadas de las funciones reales.

La integral de Lebesque fue denominada así en honor a su creador, Henri Lebesque (1875–1991) y fue enormemente importante en diversas ramas de estudio de las matemáticas como el análisis real.

La integral de una función no negativa puede considerarse como el área entre la gráfica de una curva y el eje X. La integral de Lebesque extiende el concepto de integración a un grupo mucho más amplio de funciones.

Otra famosa obra de Grace es *The theory of sets of points*, escrita en 1906 y reeditada en numerosas ocasiones, donde expone teorías sobre

1 Los sólidos platónicos reciben este nombre en honor al filósofo griego Platón (427-347a.C), a quien se le atribuye haberlos estudiado en primera instancia y son aquellos que se puedan definir como poliedros convexos, que sus caras sean polígonos regulares iguales y que en sus vértices converjan el mismo número de caras. Estos son: tetraedro, hexaedro o cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

los números racionales e irracionales o la representación de números en una línea recta. Sobre esto último en este libro se manifiesta lo siguiente:

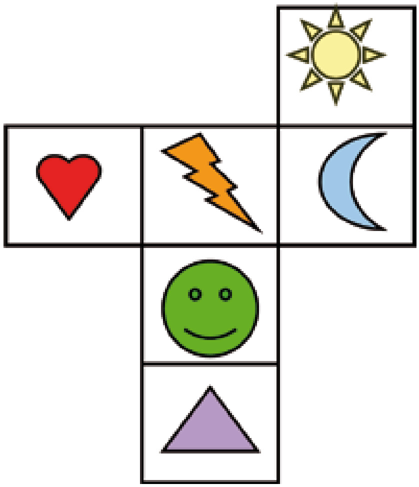
> "Una de las propiedades fundamentales del conjunto de los números racionales es el orden. Nos encontramos en la segunda parte que la idea de orden es una de las más esenciales para la comprensión de los conjuntos de puntos, y que tenemos la costumbre de usar el orden de algunos o todos los números racionales como un estándar de comparación.
>
> El orden de los números racionales en su conjunto es tal que no podemos decir cuál es el siguiente número racional en orden de magnitud después de uno dado **a**, o antes de un determinado **c**. En efecto, si **a** y **c** son cualquiera de los dos números racionales, siempre se puede insertar un número racional **b** entre ellos.
>
> Ayuda a la imaginación el hecho de que podamos establecer una correspondencia (1, 1) entre los números racionales y algunos puntos de la línea recta, de tal manera que el orden se mantiene, es decir, si **Ap**, **Aq**, **Ar**, son tres de los puntos que corresponden a los números racionales **p**, **q**, **r**, entonces **Aq** se encuentra entre **Ap** y **Ar**, si y solo si, **q** se encuentra entre **p** y **r**, y viceversa."

Después de este recorrido a lo largo de la vida y obra de Grace Chisholm, podemos concluir que sus trabajos nacen en gran medida con aspiraciones didácticas, tanto para los escolares como más concretamente para sus hijos e hijas, a quienes prestó su apoyo por igual en lo que a la enseñanza de las matemáticas u otras ramas de la ciencia se refiere:

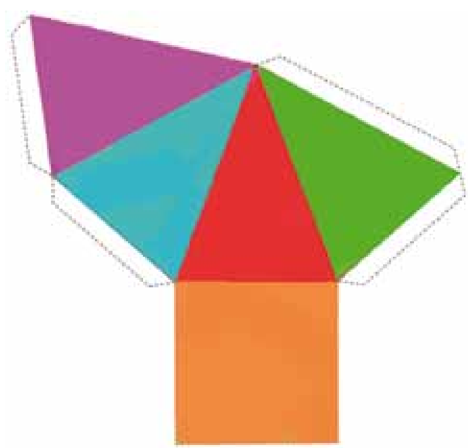
"Su hijo Frank (Bimbo) que murió durante la primera guerra mundial prometía ser un gran científico. Janet fue física, [...]. Cecily se doctoró en matemáticas en Cambridge, como también hubiese deseado Grace. Laurie también fue matemática. Pat fue un químico reconocido." (Salvador y Molero, s/f:4).

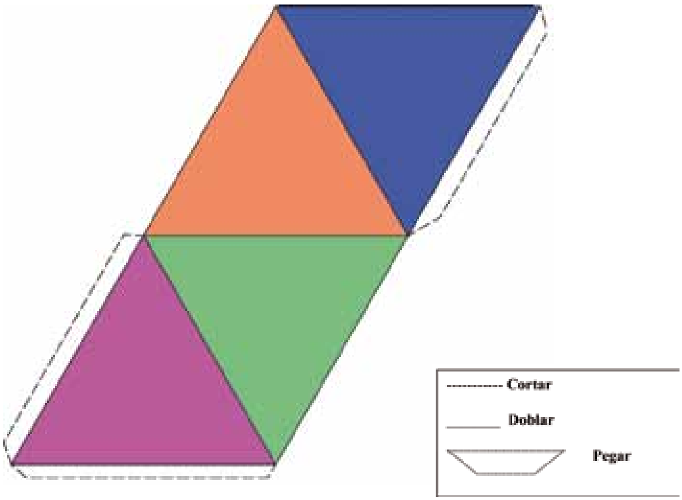
Propuestas de ejercicios para el alumnado

1. Si construyéramos un cubo con el desarrollo de esta figura, ¿cuál sería el símbolo opuesto a  ?



2.- Estos son los desarrollos de una pirámide de base cuadrada y de un icosaedro. Cópialos en un folio y constrúyelos.





3.- Se recomienda el visionado y posterior debate en clase de la película Flatland, dirigida en 2008 por Ladd Ehlinger Jr., basada en el libro Planilandia de Edwin A. Abbott, sobre la recreación de un mundo en solo dos dimensiones. Interesa comentar la sátira que se hace de la mujer, cayendo en estereotipos y lugares comunes.

Ver:
http://www.librosmaravillosos.com/planilandia/seccion01.html#4, donde se hace un resumen del libro y http://www.flatlandthemovie.com/, para información sobre la película.

Mileva Maric,

(1875–1948)

“Lady Einstein”

Contar la historia de Mileva Maric es contar también la de Albert Einstein, ya que los postulados y teorías que dieron fama a este científico, son, por lo menos, fruto del trabajo de ambos. La sociedad científica del siglo XX en Alemania, y después la del resto del mundo, le encumbró, pero no son pocos los testimonios y las pruebas documentales que avalan la teoría de una apropiación de la actividad investigadora de Mileva, que mostró siempre una extraordinaria inteligencia y aptitud para las matemáticas.

Su contexto

El desarrollo intelectual de Mileva tiene lugar en el seno de una familia de clase media, con ideas en cierto modo progresistas o avanzadas para la época en lo que a la educación de las mujeres se refiere. Su padre trabajaba como oficial en el ejército austrohúngaro y, al percatarse de las dotes para el estudio y el talento matemático de su hija, opta por darle la oportunidad de estudiar en los mejores centros educativos.

El contexto científico de los años en los que Mileva estudia en la Universidad, ya en Alemania, es también enormemente rico, así, por ejemplo, en el campo de la física, se descubre y perfecciona la técnica de los rayos X (Wilhelm Röntgen).

Biografía

Mileva nace en el año 1875, en Titel, entonces perteneciente al Imperio Austro-Húngaro, la actual Serbia.

Con el apoyo de su familia, Mileva pasa por las más afamadas escuelas y pronto comienza a centrarse en la rama del saber que constituye su pasión: las matemáticas. Su padre tiene que pedir un permiso especial para que Mileva comience este tipo de estudios, ya que las carreras científicas estaban reservadas únicamente a los hombres. A los pocos años, Mileva parte a Zurich, Suiza, con el fin de concluir los estudios de bachillerato y poder ingresar por fin en la universidad.

En el año 1896 se matricula en el Instituto Politécnico. Su entrada en la universidad suscitó reticencias y desconfianzas, pero, gracias a su iniciativa a la hora de organizar numerosos debates científicos y a su talento para las matemáticas, fue cosechando cierta fama y prestigio entre profesores y compañeros de estudio.

A los 21 años Mileva conoce a un joven estudiante de 17 años, que acababa de ingresar en el Politécnico. Este se convertiría en el futuro amor de Mileva y, con el paso de los años, en un veneno para ella, tanto en lo personal como en lo profesional. Su nombre era Albert Einstein.

Albert Einstein fue un compañero inseparable desde el principio. Tocaban juntos (él, el violín y ella, el piano), estudiaban, intercambiaban anotaciones e ideas… Mileva también se encargaba de introducirle en la vida social y, por otra parte, le ayudaba constantemente con las matemáticas. De hecho, en los apuntes de Einstein que se han investigado, se pueden ver las correcciones de Mileva a sus errores matemáticos.

Fruto de las investigaciones basadas en la cartas de Mileva[1] (las pocas que Albert Einstein o sus cronistas más fieles no destruyeron con posterioridad), se ha descubierto que esta sentía una gran pasión por conseguir la fundamentación matemática de la transformación de la materia en energía, base de la famosa teoría general de la relatividad que encumbró a Einstein.

Durante estos años, Mileva presenta su candidatura para la realización de la tesis doctoral al catedrático de Matemáticas y Física Técnica del Instituto Politécnico de Zurich, Heinrich Friedrich Weber. Este acepta la candidatura, habiendo rechazado previamente la de Albert Einstein por no poseer, según Weber, los conocimientos suficientes en la materia. Ante el empeño de Mileva en condicionar su propia participación a la aceptación de Albert, Weber acepta que ambos entraran a formar parte de su equipo investigador. Como señala Djurdjevic (2008), Mileva "había empezado a sacrificar su carrera por amor". Mileva realizará su tesis doctoral y, años después, lo hará Albert.

En 1903 la pareja decide contraer matrimonio, ya que Einstein había encontrado trabajo en la Oficina de patentes.

En los años siguientes, Einstein y Mileva escribieron varios trabajos de investigación matemática, que ven la luz en el año 1905, gracias a su publicación en la revista *Annalen der Phisik* (*Anales de la Física*). El director de la publicación en esos años, el físico judío ruso Abraham Joffe afirma[2] que los trabajos llegaron firmados por "Einstein - Marity". ("Marity" es la transliteración húngara del apellido serbio Maric, según la normativa vigente en el imperio Austro–Húngaro" (Djurdjevic, 2008).

1 Estas cartas fueron publicadas en *The Collected Papers of Albert Einstein*, un gran proyecto editorial, que se lleva a cabo gracias al apoyo económico de la Universidad Hebrea de Jerusalén, la Princeton University Press, y la colaboración de la Universidad de Boston. Se basa en más de 40.000 documentos originales y, hasta la fecha, se han publicado 12 volúmenes.

2 A. F. Joffe, "In remembrance of Albert Einstein", *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, Volume 57, number 2, p. 187.

En 1909 ofrecen a Einstein una plaza de profesor en la Universidad Politécnica de Zurich, y debido a que él no contaba con tiempo, era su esposa la que le preparaba las clases, mientras tenía a su segundo hijo y llevaba la correspondencia de Einstein con otros científicos.

En los años venideros Einstein se distanció de Mileva y de sus hijos: no enviaba dinero y solo se pasaba por casa para recoger las clases que Mileva le preparaba. La crueldad de Einstein hacia su mujer iba en aumento. Djurdjevic (2008) nos presenta una carta a Mileva del 14 de abril de 1914[3], donde Einsten se le dirige así:

> "A. Tu debes velar por lo siguiente: 1. Que mi ropa esté limpia y en buen estado, 2. Que cada día esté servido con tres platos en mi habitación, 3. Que tanto mi dormitorio como mi habitación de trabajo estén siempre limpios y, especialmente, que mi escritorio esté solo a mi disposición. B. Tu renunciarás a toda relación personal conmigo, excepto cuando lo requieren los eventos sociales. Particularmente te prohíbo lo siguiente: que esperes cualquier muestra de afecto sobre mi […]"

En los últimos años de su matrimonio llegó a comportarse como un tirano e incluso se mencionan ataques físicos hacia ella y los hijos, situación que se prolongó hasta 1919, cuando formalmente llegaron a divorciarse, tras la renuncia a sus hijos por parte de Albert.

Después del abandono de Einstein, la vida de Mileva giró en torno a la enfermedad, tanto física como mental, muriendo prácticamente en el olvido, tanto del mundo científico y académico como de su ex marido.

Aportaciones

La aportación de Mileva a las matemáticas y más concretamente a la teoría de la relatividad, es difícil de comprobar, ya que los testimonios escritos han sido, cuando no destruidos, ocultados. Incluso algunas investigaciones afirman que la misteriosamente desaparecida tesis doctoral que Mileva presenta en el año 1901, desarrollaba precisamente las bases de un nuevo planteamiento de la teoría de la relatividad.

3 *The Collected Papers of Albert Einstein,* vol. 8, p. 44. Princeton University Press.1998.

Para ser más exactos, las aportaciones de Mileva a las matemáticas se convirtieron más bien en aportaciones al trabajo de Einstein, bien por las propias circunstancias, bien por la actitud que tomó Einstein, una vez su fama se extiende por Alemania y por el resto del mundo, invisibilizando el trabajo de su esposa.

No es hasta el año 1990, durante un Simposium sobre Einstein, cuando comienzan a ver la luz las contribuciones de Mileva a los trabajos publicados de Einstein. Es Evan Harris Walter quien apunta por primera vez, de una manera evidente y pública, la posibilidad de la apropiación por parte de Einstein de las aportaciones a la teoría de la relatividad hechas por su esposa Mileva.

Se conocen en primer lugar varios artículos, publicados en el año 1905 (conocido como *annus mirabilis* o año milagroso en la biografía de Einstein) en *Annalen der Physik* y firmados, como hemos dicho y según asegura el director de la publicación, por Mileva y Einstein. El nombre de uno de ellos es "Punto de vista heurístico concerniente a la emisión y la transformación de la luz" [efecto fotoeléctrico], refiriéndose a un nuevo concepto de la naturaleza de la luz y su interacción con la materia, estando formada (la luz) por partículas de energía.

Otro artículo publicado en ese mismo año es el que trata más concretamente de la teoría de la relatividad, titulado "Sobre la Electrodinámica de los cuerpos en movimiento":

> "El propósito del artículo de 1905, como su propio título indica, era desarrollar una electrodinámica de los cuerpos móviles fundamentada en las leyes de la electrodinámica de Maxwell para los cuerpos en reposo […]" (Otero, s/f:1).

En este artículo se afirmaba que la teoría de la relatividad de Maxwell no era del todo completa, ya que conducía a asimetrías.

> "Se sabe que cuando la electrodinámica de Maxwell (tal como se suele entender actualmente) se aplica a cuerpos en movimiento, aparecen asimetrías que no parecen estar en correspondencia con los fenómenos observados. Pensemos, por ejemplo, en la interacción electrodinámica entre un imán y un conductor. En este caso, el

fenómeno que se observa depende solamente del movimiento relativo entre el conductor y el imán, mientras que de acuerdo a la interpretación común se deben distinguir claramente dos casos muy diferentes, dependiendo de cuál de los dos cuerpos se mueva. Si se mueve el imán mientras que el conductor se encuentra en reposo, alrededor del imán aparece un campo eléctrico con cierto valor para su energía. Este campo eléctrico genera una corriente en el lugar donde se encuentre el conductor.

Pero si el imán está en reposo y el conductor se mueve, alrededor del imán no aparece ningún campo eléctrico sino que en el conductor se produce una fuerza electromotriz que en sí no corresponde a ninguna energía, pero da lugar a corrientes eléctricas que coinciden en magnitud y dirección con las del primer caso, suponiendo que el movimiento relativo es igual en cada uno de los casos bajo consideración.

Otros ejemplos de esta índole así como los intentos infructuosos para constatar un movimiento de la Tierra con respecto al medio de propagación de la luz, permiten suponer que no solamente en mecánica sino también en electrodinámica ninguna de las propiedades de los fenómenos corresponde al concepto de reposo absoluto. Más bien debemos suponer que para todos los sistemas de coordenadas, en los cuales son válidas las ecuaciones mecánicas, también tienen validez las mismas leyes electrodinámicas y ópticas, tal como ya se ha demostrado para las magnitudes de primer orden. Queremos llevar esta suposición (cuyo contenido sería llamado de ahora en adelante "principio de la relatividad") al nivel de hipótesis y además introducir una hipótesis adicional que solamente a primera vista parece ser incompatible con el principio de la relatividad. Dicha hipótesis adicional sostiene que la luz en el espacio vacío siempre se propaga con cierta velocidad V que no depende del estado de movimiento del emisor."[4]

Un tercer artículo, atribuido también a lo largo de la historia únicamente a Einstein es: "¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de ener-

4 Extracto de una traducción literal del artículo "Zur Elektrodynamik bewegter KÄorper" (Sobre la Electrodinámica de los cuerpos en movimiento), cuya autoría aparece solo con el nombre de Albert Einstein, realizada por Hernando Quevedo (ICN – UNAM, 2005) disponible en: http://jvr.freewebpage.org/TableOfContents/Volume6/Issue2/SobreLaElectrodinamicaDe-CuerposEnMovimiento.pdf

gía?” En este artículo se mostraba una deducción de la fórmula de la relatividad, que relaciona masa y energía: “la variación de masa de un objeto que emite una energía L, es: $\frac{L}{V^2}$.”

Esta fórmula implicaría que la energía E de un cuerpo en reposo es igual a su masa **m** multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado:

$$E = mc^2$$

Lo que se intenta demostrar en este artículo es que la masa contiene cierta energía, almacenada en la propia materia.

Mileva realizó un gran trabajo matemático. A lo largo del siglo XX las crónicas científicas y los avatares de su vida han ido forjando una historia que se ha convertido en oficial y ha sido repetida en numerosos foros científicos y matemáticos. Una historia sesgada, que ha adjudicado el absoluto protagonismo al varón y que ha invisibilizado el trabajo de la mujer, como en tantas otras ocasiones.

Aunque su reconocimiento haya podido llegar tarde, es importante destacar que cada vez más investigaciones le otorgan la importancia que merece y su nombre está presente dentro del grupo de grandes matemáticos y matemáticas del siglo XX.

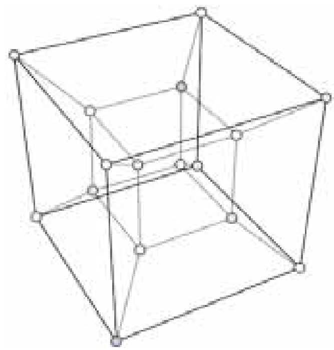
Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Para entender mejor la teoría de la relatividad

Si en física la cuarta dimensión está representada por el tiempo, en matemáticas este concepto es diferente.

En nuestro mundo perceptivo tan solo distinguimos tres dimensiones, largo, ancho y alto. La geometría proyectiva nos aproxima al concepto de cuarta dimensión.

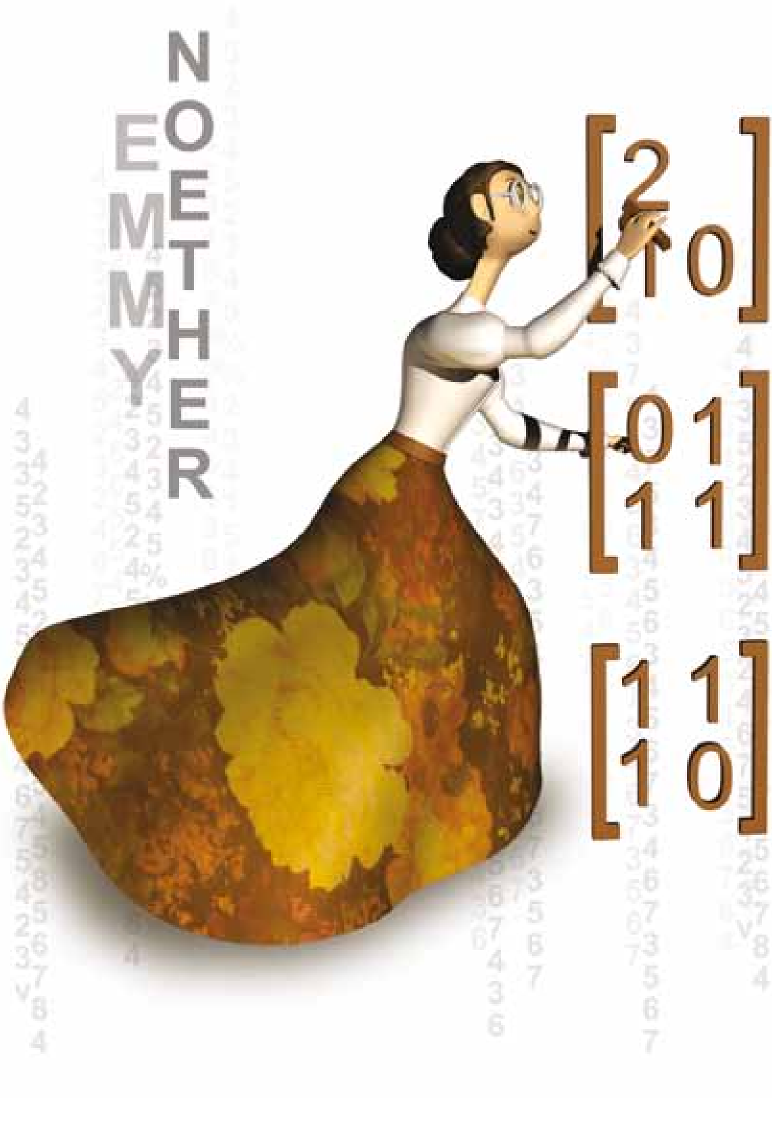
Busca información sobre este tema y discute en grupo. Para ello es interesante que observes esta figura llamada hipercubo y que investigues cómo se obtiene.



2.- Este segundo ejercicio puede ser de utilidad para que el alumnado se cuestione la inmutabilidad de los principios científicos y la consideración de que estos sean un dogma de fe, con la moderación del profesorado.

Comenta la siguiente noticia dada por TVE el 18 de Noviembre de 2011:

Un nuevo experimento de los responsables del experimento OPERA mantiene la hipótesis de que **los neutrinos viajan más rápido que la luz**, un planteamiento que podría derrumbar la teoría de la relatividad desarrollada por Albert Einstein en 1905 y que sustenta el pensamiento moderno sobre cómo funciona el universo.


EMMY
NOETHER

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad \omega_k = (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$$

Amalie Emmy Noether,
(1882-1935)

Reformadora y precursora del Álgebra Moderna

Brillante matemática especialista en álgebra. Nació, creció y se formó en Alemania, pero cuando Hitler llegó al poder tuvo que emigrar a Estados Unidos: ella era una persona intelectual, pacifista, liberal y, además, judía.

Inició estudios en historia y lenguas modernas, pero finalmente se declinó por las matemáticas. Sus principales aportaciones suponen un legado de incalculable valor.

En 1918 propuso el conocido Teorema Noether, que se aplica a la física matemática. Asimismo, su nombre también va unido a otros conceptos como anillos noetherianos, grupos noetherianos, módulos noetherianos, espacios topológicos noetherianos, o la invariable Noether, entre otros.

Su contexto

Amalie Emmy Noether descendía de una familia de matemáticos, por lo que, desde niña estuvo rodeada de las eminencias científicas más reconocidas. Esto le ayudó a recibir una buena educación y le permitió elaborar un currículum brillante, a pesar de los obstáculos que tuvo que sortear para ello. Fue expulsada de Alemania durante la dictadura nazi, por lo que tuvo que dejar de dar clases como profesora ayudante de matemáticas e irse a EEUU, a una universidad para mujeres de élite. En aquella época, el acceso a los consejos de las universidades estaba limitado a los hombres.

Biografía

Amalie Emmy Noether nació el 23 de marzo de 1882 en Erlangen (Alemania), en un entorno familiar directamente relacionado con el mundo matemático. Era hija de Max Noether, un profesor experto en geometría algebraica, y de Ida Amalia Kaufmann. Ambos descendían de comerciantes judíos.

La educación básica en alemán, francés, inglés, piano y aritmética, la recibió en Höhere Töchter Schule. Fue una estudiante muy adelantada a su tiempo: con 18 años hablaba a la perfección inglés y francés, por lo que se matriculó en una escuela para mujeres (Ansbach), obteniendo una titulación de profesora de idiomas que la habilitaba para impartir clases en cualquier institución femenina.

Asistió como oyente a la Universidad de Erlangen[1], donde su padre daba clases de matemáticas, y preparó el examen para ingresar en ella. De mil estudiantes matriculados, solo había dos mujeres.

La Teoría formal de los invariantes computacionales de Paul Gordan[2], en Erlangen, fue el objeto de la tesis doctoral de Noether, que defendió en

1 “El Senado de la Universidad de Erlangen había declarado en 1898 que la admisión de mujeres estudiantes “destrozaría todo orden académico” (Jiménez, 2007:5).

2 Matemático alemán (1837-1912).

1907, logrando la calificación de cum laude. Gordan, su director de tesis, era amigo de su familia y de Félix Klein[3], matemático alemán de la Universidad de Göttinguen.

Emmy colaboraba con su padre impartiendo clases en el Instituto matemático de esta Universidad, pero no cobraba nada por ello. Félix Klein, junto con David Hilbert[4] y su equipo, la invitaron a trasladarse a la Universidad de Göttinguen, que Emmy ya conocía porque en ella había estudiado un semestre. Gracias al apoyo recibido por parte de estos, en 1919 empezó a trabajar como profesora ayudante (pivatdozent[5]) en Göttinguen. Fue en esta Universidad donde Emmy desarrolló sus mayores aportaciones.

El acceso de Adolf Hitler al poder con su gobierno fascista y antisemita, obligó a Emmy a abandonar Alemania y emigrar a Estados Unidos, ya que ella era judía.[6]

Al llegar a Estados Unidos, continuó con su carrera investigadora e impartió seminarios en el Instituto de Altos Estudios Princenton, donde trabajó con Albert Einstein e introdujo elementos algebraicos básicos para la Teoría de la relatividad. También fue invitada a dar clases en la Universidad privada y elitista, para mujeres, de Bryn Mawr, en Filadelfia, Pensilvania.

Emmy no obtuvo pleno reconocimiento de su trabajo hasta 1932, durante el Congreso Internacional matemático[7], celebrado en Suiza.

Noether ejerció una enorme influencia sobre su alumnado[8]. Organizaba tertulias en su casa, les invitaba a profundizar sobre diferentes temas ma-

---

3 (1849-1925). Elaboró el “programa de Erlangen”, que clasificó la geometría otorgando al concepto de grupo un carácter fundamental.

4 Reconocido matemático (1862-1943), fundador de la Teoría de la Demostración, la Lógica matemática y de la distinción entre matemáticas y metamatemáticas.

5 Catedrático no titular.

6 En abril de 1933 Noether recibió una notificación del Ministerio Prusiano de Ciencias, Arte y Educación pública que le comunicaba que “En base al párrafo 3 del Código del Servicio Civil del 7 de abril de 1933, por la presente le retiro el derecho de enseñar en la Universidad de Gotinga.”[(Kimberling,1981, 1981: 28-29).

7 International Mathematical Congress in Zürich.

8 A modo de ejemplo, L. van derWaerden, fue un destacado alumno suyo, adepto a sus teorías.

temáticos, y les sugería temas de estudio, lo que favoreció la difusión de sus publicaciones.

Muchos de esos alumnos y alumnas se convirtieron en discípulos suyos: “los chicos de Noether” como se les conocía en Göttinguen, o “las chicas de Noether”, en la Universidad para mujeres Bryn Mawr.

Sus contribuciones en Geometría algebraica son indiscutibles, a pesar de que no le gustaba mucho publicar, y de haber quedado gran parte de su trabajo repartido en aportaciones de otras personas.

Falleció el 14 de abril de 1935, a consecuencia de un tumor, con 53 años de edad.

A Emmy se la discriminó por razón de ser mujer. Fue una algebrista con un intachable currículum, no obstante, no tuvo acceso a un puesto de trabajo acorde a sus méritos profesionales ni en la universidad alemana ni en la estadounidense, y ello, única y exclusivamente, por el hecho de ser una mujer.

Aportaciones

Sus diversas aportaciones en el álgebra conmutativa, álgebra abstracta y álgebra no conmutativa, influyeron en el trabajo de los matemáticos más reconocidos de la época y posteriores, por su incalculable valor.

Distinguiremos en la vida de Emmy, tres grandes etapas en las que desarrolló su obra:

Una primera etapa, en la Universidad de Erlangen, entre los años 1882 y 1915, donde leyó su tesis doctoral, titulada *Sistemas completos de invariantes para formas ternarias bicuadráticas*, que publicó en 1908 en la revista científica *Mathematische Annalen*, bajo la tutela de Paul Gordan.

Ernst Fischer[9] sustituyó a Gordan cuando este abandonó la docencia y fue quien introdujo a Emmy en el estudio de la obra de David Hilbert. En ella se basó para publicar artículos sobre su metodología aplicada a objetos matemáticos, como los cuerpos de funciones racionales y la teoría de los invariantes de grupos finitos. Con Fischer mantuvo correspondencia en la que discutían impresiones sobre álgebra abstracta (Kimberling, 1981: 11-12).

En una segunda etapa, destacamos sus aportaciones en la Universidad de Göttinguen entre los años 1915 a 1932, junto a Félix Klein, David Hilbert[10] y su equipo de trabajo. Allí elaboró su tesis de habilitación en 1918, sobre invariantes algebraicos, "Variationsprobleme" que impactó directamente en el mundo del álgebra abstracta. Este trabajo describe grupos de simetrías y establece la relación que existe entre cada uno de estos grupos con las leyes de conservación de la energía en el sistema que corresponda. La "variationsprobleme" dio lugar a dos demostraciones de teoremas elementales para la Teoría de la Relatividad, que permitieron resolver los fallos en que incurría el Teorema de la conservación de la energía, relacionando la simetría con las leyes físicas de conservación de esta.

Estos dos teoremas dieron lugar al Teorema que lleva su nombre, Teorema Noether, básico en álgebra abstracta y utilizado en mecánica y teoría de campos, que relaciona el álgebra y el análisis. Tapia (2002:57) lo explica así:

> "[…] Este teorema se basa en las propiedades de invariancia del lagrangiano de un sistema, bajo la acción de ciertas transformaciones llamadas simetrías. A las leyes de conservación a las que obedece dicho sistema les llama también "principios" porque rigen en todas las leyes de la naturaleza gobernadas por lagrangianos invariantes bajo el mismo grupo de transformaciones. Así ocurre con el principio de conservación de la energía, o el principio de conservación de la cantidad de movimiento o impulso de los cuerpos o el principio de conservación del momento angular… El teorema de Noether expresa, de manera

9 Matemático (1875-1954), también mentor de Emmy Noether.

10 Ante el rechazo de miembros dela Universidad sobre el acceso de las mujeres a la docencia, Hilbert dijo en una ocasión "No veo por qué el sexo de un candidato tiene que ser un argumento en contra de su admisión como Privatdozent. A fin de cuentas, la junta directiva no es un baño público." (Soria, 2009:55).

general, que si al principio de una reacción se cuenta con cierto número de entidades (cargas, bariones, leptones), al final se encontrará el mismo número de entidades […]"

En 1921 publicó un artículo sobre la Teoría de ideales en anillos, *"Idealtheorie in Ringbereichen"*, en el que introdujo el concepto de Anillo noetheriano, y distingue entre los anillos conmutativos y los no conmutativos. En 1924, publicó *"Construcción abstracta de la Teoría de ideales en el dominio del cuerpo de los números algebraicos"*.

El álgebra moderna trabaja las operaciones algebraicas y estructuras algebraicas pero, para poder entender el trabajo de Emmy, deberíamos analizar detenidamente una serie de conceptos y teorías que influyeron notablemente en sus aportaciones, por ejemplo, a qué se llama grupo y anillo conmutativo en álgebra:

• Un grupo, es un conjunto (A), con una operación (por ejemplo la suma, la multiplicación...) tal que cuando se combinan dos o más elementos del conjunto mediante esa operación vuelve a dar un elemento del conjunto. Además, la operación ha de ser asociativa, tener elemento neutro e inverso. Si la operación es conmutativa se dice que el grupo es conmutativo.

• Un anillo es una estructura algebraica formada por un conjunto (A), y dos operaciones, por ejemplo suma y producto, tal que (A, +, x) cumple las siguientes propiedades:

1.- Para la suma (A) es un grupo conmutativo con elemento neutro (que designamos 0).

2.- El producto es asociativo y tiene la propiedad distributiva respecto de la suma. Si el producto es conmutativo diremos que es conmutativo y si el anillo posee un elemento neutro para el producto, lo llamaremos anillo con unidad (al que designaremos 1).

Su mayor contribución a las matemáticas es, sin duda, la aplicación de los invariantes a la geometría algebraica, axiomatización, y el desarrollo de la teoría algebraica de anillos, módulos, ideales, grupos con operadores etc., que son la base del álgebra moderna.

Ella unificó la Filosofía de la matemática, las invariables, y la simetría de ecuaciones. También facilitó el razonamiento sobre conceptos algebraicos.

Además de los anillos noetherianos, son muchos los otros conceptos matemáticos que llevan su nombre, como la invariable noether, los grupos noetherianos[11], los módulos noetherianos, o los espacios topológicos noetherianos, entre otros. Asimismo, el Teorema del homomorfismo y el isomorfismo, condición de cadena ascendente y descendente para grupos e ideales, o noción de grupos con operadores, son también conceptos introducidos por ella.

Noether publicó *Álgebras no conmutativas*[12] en 1933, en la revista *Mathematische Zeitschriff*.

La tercera y última etapa de su vida, de 1933 a 1935, la pasó en EEUU, donde trabajó con Einstein en la consolidación algebraica de la Teoría de la relatividad, a partir de la teoría de los invariantes.

Sus trabajos han sido reconocidos mundialmente como fundamentales por las eminencias matemáticas más competentes del siglo XX. Citaremos algunos a modo de ejemplo.

Einstein publicó un artículo en el *New York Times* un mes después del fallecimiento de Emmy Noether, en el que decía lo siguiente.

> "Descubrió métodos sobre álgebra, que han resultado de enorme importancia en el desarrollo de la actual generación de matemáticos" (Einstein, 1 de mayo 1935).

A pesar de su genialidad, resulta difícil encontrar datos sobre ella en los libros de Historia Matemática.

> "Quizás muchas de nosotras y nosotros sabemos que la teoría de la relatividad se debe a Albert Einstein, sin la cual no se hubiera desarrollado la energía atómica, pero pocas personas saben que sin Emmy Noether esta teoría no hubiera existido" (Cervantes, 2005:1).

11 Esta teoría relaciona las propiedades de ecuaciones, los números algebraicos y los grupos.

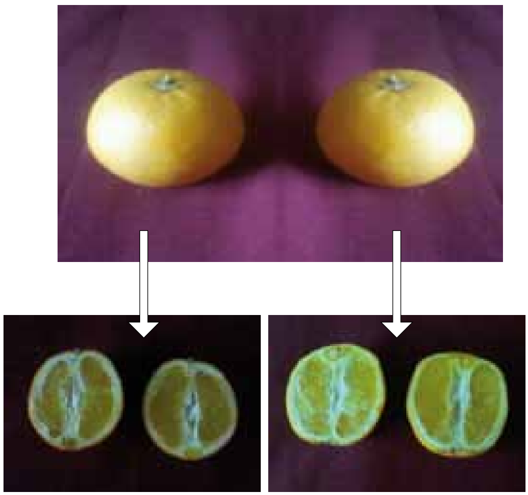
12 *Nichtkommutative Álgebraeb*.

Como curiosidad, hubo quien se refirió a ella utilizando el artículo nominativo masculino singular en alemán, “der Noether” que significa “el Noether”, como apelativo cariñoso, y su amigo Aleksandrov, en la Sociedad Matemática de Moscú, dijo de ella que “fue la más grande de las mujeres matemáticas, una gran científica, magnífica profesora y una inolvidable persona” (Jiménez 2007:15).

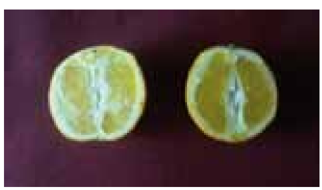
Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Cuando se trabaje en el aula con figuras y cuerpos geométricos, se explicará la simetría en poliedros y cuerpos redondos, se hablará de ejes de simetría y de planos de simetría. Se pueden trabajar, con este ejercicio, los movimientos propios y los impropios, “El espacio ocupado por un cuerpo sin simetría bilateral no puede ser ocupado por su imagen en el espejo”[13], tal como sucede con las naranjas.

Observa las dos naranjas siguientes:



Examina la siguiente imagen:



¿Son dos mitades de la misma naranja?

13 (Nomdedeu, pag 50).

2.- Representa un eje y un plano de simetría, sobre el cilindro, el cono y la esfera siguientes:

a) ¿Es posible trazar otros ejes de simetría?
b) ¿Es posible trazar otros planos de simetría?

3.- Ejercicios para reflexionar en grupo:

a) ¿Cúal de estos conjuntos crees que será grupo para la suma, el conjunto de los números naturales N, o el de los enteros Z? ¿Sabrías decir si para la multiplicación y la adición, el conjunto de los enteros es un anillo?

b) En geometría son muy importantes los grupos de simetrías. Un grupo de simetrías es un grupo de operaciones o transformaciones geométricas que deja invariante algún cuerpo geométrico.

Busca los 8 movimientos en el plano que puedas realizar a un cuadrado de forma que vuelva a coincidir consigo mismo. Discute con tus compañeros y compañeras por qué se dice que el conjunto de estos movimientos forma un grupo.

Atención: el movimiento identidad (I), es decir, dejar la figura como está, aunque no lo parezca, es un movimiento, lo mismo que multiplicar por 1 también es multiplicar.

Grace Murray,

(1908–1992)

El lenguaje de programación

Grace Murray fue una mujer pionera tanto en el mundo de la investigación matemática como en el hecho de ser de las primeras mujeres que hizo carrera militar, con más de cuarenta años de servicio. Su logro más importante fue crear el primer sistema que adaptó el lenguaje de programación al lenguaje de las máquinas informáticas.

Su contexto

Grace nace en Nueva York (EE.UU) en el año 1906. La familia de Grace tenía una larga trayectoria militar, por lo que ella siempre se mostró ilusionada por pertenecer al ejército americano, participando en conflictos armados en su edad adulta y teniendo al final de sus días una de las carreras militares más largas en la historia de EE.UU.

Desde muy pequeña destacó por tener aptitudes para el estudio de las ciencias y, con el apoyo de su abuelo y de su padre, estudió física y matemáticas con un notable éxito. En este sentido cabe destacar la posición que adoptó el padre, el cual quería dar las mismas oportunidades a sus hijas que a su hijo, por lo que motiva a Grace para que estudie y llegue a la Universidad.

Biografía

Hasta 1924 estudia en varias escuelas privadas para mujeres para ingresar después en el Vassar College de Nueva York, donde estudió matemáticas y física, graduándose con honores cuatro años más tarde.

Durante su estancia en Vassar ejerció como tutora de numerosos alumnos en matemáticas y física, lo que le hizo pensar en trabajar como docente en la universidad en un futuro. Grace se inspiró en Gertrude Smith y Henry Seely White, profesores en la Universidad de Vassar.

Tras su graduación en Vassar en 1928, y gracias a una beca de la propia Universidad de Vassar, Grace se va a estudiar a la Universidad de Yale, donde muestra interés por disciplinas de conocimiento muy diversas como la astronomía, geología, filosofía… e incluso se forma en diversos idiomas. En 1930 contrae matrimonio con Vincent Foster Hopper y se gradúa en Yale, obteniendo su doctorado en 1934. En los años posteriores Grace regresará a Vassar, aunque esta vez como profesora.

Su larga tradición familiar en el ejército la empuja a incorporarse en el año 1943 a la WAVES (siglas en inglés de “Mujeres Aceptadas para el Servicios Voluntario de Emergencia”), una división de la marina estadounidense integrada exclusivamente por mujeres.

Durante la segunda guerra mundial Grace forma parte de las tropas navales y adquiere el rango de teniente. El comandante Howard Aiken, que dirigía por aquel entonces un proyecto de computación (Mark I), envía a Grace a Harvard para trabajar en él.

Mark I. Imagen procedente de www.ibm.com

Aportaciones

En 1949 Grace empieza a trabajar en la Eckert-Mauchly Corporation, realizando numerosas aportaciones, sobre todo en el plano de la programación informática.

A continuación trabajó en el Mark II, que tenía el objetivo de crear una supercomputadora digital automática, sucesora del primer proyecto.

Tras la segunda guerra mundial, Grace trabajó para UNIVAC, la primera supercomputadora que se distribuiría comercialmente en EE.UU. El UNIVAC era una computadora que procesaba los dígitos en serie y registraba los datos en cintas magnéticas. Ocupaba una superficie de 25 m^2. Su procesador utilizaba 5 mil válvulas, pesaba 16.000 libras (7.257 kg. aproximadamente) y era capaz de realizar 8.333 adiciones o 555 multiplicaciones por segundo.

En el año 1952 Grace creó el primer compilador de la historia (A-0), un programa que permitió a los programadores adaptar su lenguaje de programación a un lenguaje propio de la máquina computadora, es decir, traducir el código informático en código de máquina. A este primer compilador seguiría el B-0 (Flow-Matic), usado en el cálculo de nóminas. La compilación es enormemente útil en informática. Un programa de lenguaje avanzado trabaja con instrucciones complejas que, tras la compilación, se traducen en N operaciones básicas.

Con el tiempo, estos primeros pasos desembocaron en el famoso lenguaje COBOL (siglas en inglés de Lenguaje Común Orientado a los Negocios), un lenguaje de programación universal, caracterizado por su seguridad y fiabilidad, por lo que aún en nuestros días se sigue demandando en entornos que priman la seguridad en sus datos por encima de todo, como por ejemplo en el sector financiero, y más concretamente en las oficinas bancarias. Grace estaba en el comité que dirigió la investigación y creación de este lenguaje. En sus comienzos fue utilizado en grandes empresas para automatizar el sistema de nóminas y facturación. Ante el éxito de este nuevo lenguaje informático, la armada estadounidense solicitó la presencia de Grace con el fin de estandarizar para ella el lenguaje COBOL. Este lenguaje, aunque se ha visto superado por otros lenguajes más avanzados como el Java, PHP o el C++ entre otros, aún se sigue empleando en muchas empresas.

Una curiosidad que se le atribuye a Grace es la acuñación del vocablo “blug” (bicho), que hoy en día se utiliza para denominar los errores en las computadoras y que surgió a raíz de que Grace localizara una pequeña mariposa en la computadora del proyecto Mark II y que producía diversos errores de funcionamiento.

Propuestas de ejercicios para el alumnado

1.- Investiga:

- ¿Cuáles son los principales lenguajes de programación? ¿Cuál es el que utiliza tu equipo?
- Busca información sobre el UNIVAC. Haz un resumen reflexionando sobre la evolución de los ordenadores y la tecnología en general en menos de un siglo.
- ¿Cuántas mujeres policías, militares, guardias civiles… conoces? Investiga desde cuándo en España las mujeres pueden acceder a los cuerpos de seguridad del estado.

2.- El lenguaje de máquina (o lenguaje de procesador) utiliza el código 0–1 ¿Sabes qué nombre recibe comúnmente este sistema?

3.- Contesta a las siguientes cuestiones:

¿Qué es un sistema de numeración?

¿Cuáles son las características de nuestro sistema de numeración decimal?

¿Qué sistemas de numeración conoces?

¿Sabrías transformar el número 77, escrito en notación decimal, en otro número que indique la misma cantidad, pero utilizando solo ceros y unos?

¿Cómo escribirías el número 1010010 en numeración decimal?

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu}(u + u_k)\, G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Otras mujeres matemáticas

Además, queremos dejar constancia de otras mujeres que han tenido y tienen una importante actividad en el campo de las matemáticas, entre ellas, algunas españolas:

Sofía Alexadrovna Neimark (1896-1966)

Mary Lucy Cartwright (1900-1998)

Emma Castelnuovo (1914-)

Griselda Pascual (1926-2001)

Maria Josefa Wonenburguer (1927-)

Argelia Vélez Rodríguez (1936-)

Edna Paisano (1948-)

Fan Cheng (1949-)

Teresa Riera (1950-)

Marta Sanz-Solé, presidenta de la Asociación europea de matemáticas para el período 2011-2014.

$$),\ G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k)\, G_0(u),\ \ \lambda - \lambda_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Bibliografía

Páginas web

Recursos multimedia

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

Bibliografía

ALIC, Margaret. 2005. *El legado de Hipatia: historia de las mujeres en la ciencia desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX*. México. Siglo XXI.

AMARO CANO, María del Carmen. 2004. "Florence Nightingale, la primera gran teórica de enfermería". En *Revista Cubana de Enfermería*, vol. 20, nº 3, septiembre-diciembre, 2004. Recuperado el 15 de diciembre de 2011, de http://www.bvs.sld.cu/revistas/enf/vol20_3_04/enf09304.htm#autor

ATTEWELL, Alex. 2000. "Florence Nightingale*" (1820-1910).* En sitio web UNESCO. Oficina Internacional de Educación. Recuperado el 19 de noviembre, de 2011, de http://www.ibe.unesco.org/publications/ThinkersPdf/nightins.PDF

AZNAR Enrique R. 2007. "Emmy Amalie Noether. Matemática. (Erlangen, Alemania, 1882-Bryn Mawr, EE UU, 1935)". En sitio web del Departamento de Álgebra de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada. Recuperado el 24 de agosto de 2011, de http://www.ugr.es/~eaznar/emmy_noether.htm

BERRÓN LARA, Virginia. 2007. "Augusta Ada King, Condesa de Lovelace". En *Revista Digital Matemáticas, Educación e Internet,* Vol. VIII, nº 2. Recuperado el 30 de agosto de 2011, de http://berron.info/Augusta_Ada_King.pdf

BLAYA, J.A y EGEA, M. Dolores. s/f. "Mujeres matemáticas". En Departamento de Matemáticas de la Universidad de Murcia. Recuperado el 1 de diciembre de 2011, de www.um.es/docencia/pherrero/mathis/mujeres/mujer.htm

BOIX, Montserrat. "Mujeres en red. La historia de las mujeres, todavía una asignatura pendiente". Recuperado el 15 de diciembre de 2011, de http://www.mujeresenred.net/spip.php?article272

BORREGO DEL PINO, Silvia. 2008. "Estadística descriptiva e inferencial". En *Revista digital Innovación y experiencias educativas*, nº 13. Granada. Recuperado el 29 de diciembre de 2011, de
http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_13/SILVIA_BORREGO_2.pdf

CASTRO, Encarnación. 2005. "Mujeres Matemáticas en la Historia de Occidente. Lección inaugural". En Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. Recuperado el 13 de diciembre de 2011 de http://www.uco.es/~ma1mamaa/GIHEM/documentos/Mujeres%20y%20Matem%C3%A1ticas.pdf

CERVANTES, Erika. 2005. “Hacedoras de la Historia. Cimacnoticias. Emmy Noether”. En sitio web Periodismo con perspectiva de género. Recuperado el 11 de Noviembre 2011, de http://www.cimacnoticias.com.mx/noticias/05mar/s05032907.html

CONTRERAS GONZÁLEZ, Martha Elba. 2002. “Florence Nightingale”. En sitio web de Escuela primaria Bartolomé de Medina. Recuperado el 21 de noviembre de 2011 de http://redescolar.ilce.edu.mx/publicaciones/publi_quepaso/florence-nightingale.htm

CORCOVADO, J. L. 1989. *Matemáticas II COU.* Edición autoeditada. Cáceres. ISBN 84-404-4736-1

CORRALES RODRIGÁÑEZ, Capi. 2003. “Matemáticas y matemáticos: vida y obra de Emmy Noether*”.* En sitio web del Departamento de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid*.* Recuperado el 5 de noviembre 2011, de http://www.mat.ucm.es/~ccorrale/pdfs/noether-01.pdf

DIEZ BAÑOS, Aurora. 2011. “Mujeres en la Biblioteca de Historia. Maria Gaetana Agnesi”. Recuperado el 15 de octubre de 2011, de www.ucm.es/BUCM/blogs/Foliocomplutense/3316.php

DJURDJEVIC, María. 2008. “Mileva Einstein-Maric (1875-1998): Hacia la recuperación de la memoria científica”. En *Brocar, 32.* pp. 253-274. Recuperado el 15 de noviembre, de http://dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=3600472

EINSTEIN, Albert. 1905a. “Sobre la electrodinámica de cuerpos en movimiento”*.* En *Annalen der Physik.* Hernando Quevedo (trad.). Recuperado el 2 de diciembre de 2011, de
http://jvr.freewebpage.org/TableOfContents/Volume6/Issue2/SobreLaElectrodinamicaDeCuerposEnMovimiento.pdf

- 1905b: “¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de energía?” En *Annalen der Physik*. Hernando Quevedo (trad.). Recuperado el 2 de diciembre de 2011, de
http://jvr.freewebpage.org/TableOfContents/Volume6/Issue2/DependeLaInerciaDeUnCuerpoDeSuContenidoDeEnergia.pdf

ESCANDÓN MARTÍNEZ, Covadonga. s/f. "Biografía de Mary Somerville". En sitio web Astroseti. Historia de las matemáticas. Recuperado el 25 de octubre de 2011, de http://www.astroseti.org/articulo/3495/

FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, Santiago et al. 2008. *El rostro humano de las matemáticas*. Madrid. Nivola libros y ediciones.

FERNÁNDEZ GORDILLO, Juan Carlos. 2010. "Matemáticas de Bachillerato". Recuperado el 12 de diciembre de 2011, de http://www.vitutor.com/bac.html

FERREIROS, José y DURÁN, Antonio (eds). 2003. *Matemáticas y matemáticos.* Sevilla. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

FIGUEIRAS OCAÑA, Lourdes, et al. 1998. *El juego de Ada: matemáticas en las matemáticas*. Armilla (Granada). Proyecto Sur.

GALDO GRACIA, Jose María (coord.) 2008. *Mujeres científicas. Una Mirada al otro lado.* Gobierno de Aragón. Zaragoza. Estylo Digital.

GARCÍA, Rebeca (dir.). 1996. "La mujer en las matemáticas y las ciencias de cómputos". En sitio web del Departamento de matemáticas de la Universidad de Humacao. Recuperado el 28 de octubre de 2011, de http://mate.uprh.edu/museo/mujeres/

GRINSTEIN LOUISE, S. y CAMPBELL, Paul J. (Eds.). 1987. *Women of Mathematics*. New York. Greenwood Press

HEREDERO DE PEDRO, Carmen y MUÑOZ HERNÁNDEZ, Esther (Dir. y Coord.). 2007. *Incorporemos el lila al currículo educativo: Las mujeres también cuentan. VI Encuentros de las Secretarías de la Mujer*. Madrid. Federación de Enseñanza de CCOO.

I.E.S. "CUENCA DEL NALÓN". 2004. "Grandes científicas de todos los tiempos: Emmy Noether (1882-1935)". Recuperado el 12 de Noviembre 2011, de http://web.educastur.princast.es/ies/cuencade/REVISTA/RLF01/RinconCien.htm

I.E.S. "LUNA DE LA SIERRA-ADAMUZ. "La mujer, innovadora en la ciencia. Grace Chisholm Young". Recuperado el 22 de diciembre de 2011, de http://matematicas.lunadelasierra.org/mujeres/exposicion/grace-chisholm-young/

INSTITUTO DE TECNOLOGÍAS EDUCATIVAS. s/f "Phi, el número de oro". Recuperado el 5 de diciembre de 2011, de http://ntic.educacion.es/w3//eos/MaterialesEducativos/secundaria/matematicas/phi/marcoprincipal.htm

INSTITUTO DE LA MUJER. 2008. *Las mujeres en cifras, 1983-2008: 25 aniversario.* Instituto de la Mujer. Madrid.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA. 2001. "Dos siglos de gráficos estadísticos, 1750–1950. Tercera etapa: 1851-1900: Florence Nightingale (1820-1910)". Recuperado el 20 de noviembre de 2011, de
http://www.ine.es/expo_graficos2010/expogra_autor4.htm

INZUNZA, J. s/f. "Cap.9 Ley de Gravitación Universal". En sitio web de la Universidad de Concepción. Chile. Recuperado el día 15 de noviembre de 2011, de www2.udec.cl/~jinzunza/fisica/cap9.pdf

JAMES, I.M. 2002. *Remarkable mathematicians: from Euler to von Neumann.* Washington, D.C. Mathematical Association of America; Cambridge, UK; New York. Cambridge University Press.

JIMÉNEZ LISTÓN, Noelia. 2007. "La madre del álgebra moderna: Emmy Noether". En sitio web del Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid Recuperado el 24 de agosto de 2011, de
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Emmy%20Noether.pdf

JUNTA DE ANDALUCÍA. s/f. "Refuerza y amplia tus matemáticas". Recuperado el 02 de diciembre de 2011, de
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/andared02/refuerzo_matematicas/indicemate.htm

KANEKO PÉREZ, Yoko Cristina y CASTRO ORSOLICH, Laura. 2006. "Las mujeres en el mundo de las Matemáticas: Siglos XIX y XX". En sitio web de la Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado el 12 de noviembre de 2011, de
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ezuazua/informweb/trabajosdehistoria/LasmujeresenelmundodelasmatematicasSXIXyXX.doc

KIMBERLING, Clark. 1972. "Emmy Noether". En *American Mathematical Monthly,* nº 79, pp, 136-149.

- 1981. "Emmy Noether". En BREWER, JAMES, W y SMITH, Marta. K. (Eds.). *Emmy Noether, A Tribute to Her Life and Work*, cap. 1, pp. 1-61. New York. M. Dekker.

- 1982. “Emmy Noether, greatest woman mathematician”. En *Mathematics Teacher,* nº 75, pp. 53-57.

KIRK, C. S, RAVEN J. E y SCHOFIELD, M. 2008. *Los filósofos presocráticos. Historia crítica con selección de textos.* Versión española de Jesús García Fernández. Madrid. Gredos.

LADIOS MARTÍN, Mireia. 2005. “El legado de Nightingale”. En *e-ducare21: Revista electrónica de formación enfermera*, nº 22. Recuperado el 12 de noviembre de 2011, de http://www.enfermeria21.com/pfw_files/cma/revistas/Educare21/2005/22/aprendiendo2.pdf

LOVELESS WALDRON, Wendy. 2007. “Augusta Ada Byron Lovelace”. En sitio web *Loveless & Lovelace Family*. Recuperado el 13 de diciembre de 2011, http://homepages.rootsweb.ancestry.com/~lovelace/adabyron.htm

LOZANO CÁMARA, Jorge Juan. 2004. ”Sufragismo y feminismo”. En *Revista digital de Historia y Ciencias Sociales.* Recuperado el 30 de agosto de 2011, de http://www.claseshistoria.com/movimientossociales/m-sufragismo.htm

MALLAVIBARRENA, Raquel. s/f. “Emmy Noether: Una contribución extraordinaria y generosa al establecimiento de la geometría algebraica”. En sitio web de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya. Recuperado el 7 de noviembre 2011, de
http://www.fme.upc.edu/arxius/butlleti-digital/noether/VolNoether-Mallavibarrena.pdf

MADRID, Mercedes. 1999. *La misoginia en Grecia*. Madrid. Cátedra.

MARTÍNEZ, Celia. 2009*. Hipatia*. Madrid. La Esfera.

MCGRAYNE, Sharon Bertsch. 1993. *Nobel Prize Women in Science, Their Lives, Struggles and Momentous Discoveries*. New York: Carol Publishing Group.

MÍNGUEZ LOPERA, Noemí. 2009. “Coeducar desde las Matemáticas”. En *Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas*, nº 17, Recuperado el 30 de noviembre de 2011, de
http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_17/NOEMI_MINGUEZ_LOPERA_1.pdf

MOLERO APARICIO, María y SALVADOR ALCAIDE, Adela. s/f “Châtelet, Madame de (1706-1749)” En sitio web del Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas. Recuperado el 20 de diciembre de 2011 de http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3331%3Achlet-madame-de-1706-1749&catid=37%3Abiograf-de-matemcos-ilustres&directory=67&showall=1

NIGHTINGALE, Florence. 2008. *Notas sobre enfermería. Qué es y qué no es*. Barcelona: Elsevier Masson.

NOMDEDEU MORENO, Rosario. 1998. “Cuento: Entre Magda y Mileva” de *Revista didáctica de las matemáticas,* vol. 36, pp. 11-24. Recuperado el 13 de diciembre de 2011, de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2344185

- 2000. Mujeres, Manzanas y Matemáticas: entretejidas. Madrid: Nivola libros y ediciones S.L.

- 2004. Sofia, la lucha por saber de una mujer rusa. Madrid. Nivola libros y ediciones S.L.

OCAÑA, Juan Carlos. 2003. “Sufragismo y feminismo: la lucha por los derechos de la mujer 1789-1945”. Recuperado el 1 de noviembre de 2011, de www.historiasiglo20.org/sufragismo/index.htm

OTERO CARVAJAL, Luis Enrique. “Einstein y La Teoría Especial de la Relatividad. La Abolición del Espacio y el Tiempo Absolutos” En sitio web de la Universidad Complutense de Madrid. Recuperado el 20 de noviembre de 2011, de http://www.ucm.es/info/hcontemp/leoc/Einstein%20y%20la%20relatividad%20especial.pdf

PÉREZ GONZÁLEZ, Kilian s/f. “Ada: La primera programadora de la historia”. En sitio web ARRAI: Asociación para la Recuperación y Restauración de Artículos Informáticos Recuperado el 21 de noviembre de 2011, de http://petra.euitio.uniovi.es/~arrai/historia/biografias/ada/ada.htm

PICAZO, Marina. 2008. *Alguien se acordará de nosotras. Mujeres en la ciudad griega antigua*. Barcelona. Bellaterra SL.

RUIZ JIMÉNEZ, Carlos. 2011. “Apuntes de Física Fundamental”. Recuperado el 5 de noviembre 2011, de http://www.fisicafundamental.net/doc/libro/Version01/ApuntesFisicaFundamental.pdf

RUIZ RUIZ -FUNES, C Concepción et al. s/f. “El juego de Ada Byron”. En *Matemáticas sin números*. Recuperado el 19 de noviembre de 2011, de http://redescolar.ilce.edu.mx/educontinua/mate/imagina/mate3l.htm

RUSSELL, Dora. 2005. *Hipatia. Mujer y conocimiento*. Oviedo. Grafinsa.

SALMERÓN JIMÉNEZ*, *Angélica. *2008.* Ada “Lovelace: pionera de la informática”. En *Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana*, vol. XXI, nº 2. Recuperado el 06 de diciembre de 2011, de http://www.uv.mx/cienciahombre/revistae/vol21num2/articulos/ditintas/index.html

- 2010. “Theano y la ciencia pitagórica”*. En Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana,* vol. XXIII, nº 2. Recuperado el 20 de noviembre de 2011, de
http://www.uv.mx/cienciahombre/revistae/vol23num2/articulos/teano/

SALVADOR ALCAIDE, Adela y MOLERO APARICIO*, *María*.* 2011*. “*Coeducación en la clase de Matemáticas de Secundaria”*.* Recuperado el 19 de diciembre de 2011, de http://web.educastur.princast.es/proyectos/coeduca/?page_id=203

- s/f. “La geometría vista por Grace Chisholm Young”. En sitio web del Dpto. de Matemática e Informática Aplicadas a la Ing Civil. Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado el 30 de noviembre de 2011, de
www.caminos.upm.es/matematicas/502_Grace_coor_maria.pdf

SARLET, Willy y CANTRIJN, Frans. 1981. “Generalizations of Noether’s Theorem in Classical Mechanics”. En *Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 23, nº. 4, pp. 467-494. Recuperado el 8 de diciembre de 2011, de http://www.ece.uvic.ca/~bctill/papers/numacoust/Sarlet_Cantrijn_1981.pdf

SERNA, Toni. 2011. “*El día de Ada Lovelace y de las mujeres informáticas”.* En sitio web de la Escuela de Informática EDIB. Recuperado el 19 de noviembre de 2011, de http://www.informatica.escuelaedib.com/wp/2011/10/el-dia-de-ada-lovelace-y-de-las-mujeres-informaticas/

SORIA QUIJAITE, Juan Jesús (Dir.). 2009. *Estrategias para el aprender a aprender en el proceso de la investigación*. *Informe del Plan Nacional de Investigación Grupo 04: Mujeres matemáticas en la historia.* Ica (Perú). I.E.P de la Cruz de Ica.

TAPIA MORENO, Francisco Javier. 2002. “La Dama del Álgebra”. En *Apuntes de Historia de las Matemáticas*, vol. 1, nº 2, pp. 55-61. Recuperado el 5 de noviembre 2011, de http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-2-6-noether.pdf

VALLS, Ana y SELVA, Enma. 2006. “Trabajos de Investigación Matemática (Curso 2005-2006): Mujeres matemáticas”. Recuperado el 19 de noviembre de 2011, del sitio web del Departamento de Matemáticas del IES “Sierra Minera” de Murcia http://centros5.pntic.mec.es/sierrami/dematesna/demates56/opciones/investigaciones%20matematicas%200506/mujeresmatematicas/mujeres%20matematicas.htm

VEGUÍN CASAS, María Victoria. s/f. “Florence Nightingale, pionera de la enfermería”. En *Revista digital ABACO*. Recuperado el 01 de diciembre de 2011, de http://www.matematicas.profes.net/apieaula2.asp?id_contenido=60885

VELASCO, E. 2001. “Un breve curso de FORTRAN*”.* Recuperado el 11 de diciembre de 2011, del sitio web del Departamento de Física Teórica de la Materia Condensada de la Universidad Autónoma de Madrid.
http://www.uam.es/departamentos/ciencias/fisicateoricamateria/especifica/hojas/kike/FORTRAN/FORTRAN.html#secc2d

VIZMANOS BUELTA, José Ramón et al. 2011. *Libro Alumno: Matemáticas, Pitágoras. 3 ESO. Conecta 2.0.* Madrid. Ediciones SM.

VOX GUÍA ESCOLAR. 1995*. Historia de la cultura y de las ciencias.* Barcelona. Biblograf S.L.

***WALKER,* John.** 2008. “The Analytical Engine”*.* Recuperado el 30 de noviembre de 2011, de http://www.fourmilab.ch/babbage/contents.html

YOUNG, Grace Chisholm y YOUNG, Henry William. 1970. *Beginner´s Book of Geometry.* New York. Chelssea Publishing Company.

- 1972. T*he theory of sets of points.* New York. Chelssea Publishing Company.

Páginas web

ACM (ASSOCIATION FOR COMPUTING MACHINERY): www.acm.org

ADA BYRON, CONDESA DE LOVELACE: PRECURSORA DE LA PROGRAMACIÓN, VISIONARIA DE LA INFORMÁTICA: http://busqueda-constante.blogspot.com/2008/07/ada-byron-condesa-de-lovelace.html

ADA-LOVELACE-PROJEKT: http://www.ada-lovelace.com/projekt/

ASSOCIATION FOR WOMEN IN MATHEMATICS: http://www.awm-math.org/

CURSO DE RELATIVIDAD ESPECIAL: http://www.fisica-relatividad.com.ar/

FINDING ADA: http://findingada.com/

FLORENCE NIGHTINGALE INTERNATIONAL FOUNDATION: http://www.fnif.org/

FLORENCE NIGHTINGALE MUSEUM: http://www.florence-nightingale.co.uk/cms/

FUNDACIÓN ADA BYRON: http://www.adabyron.org.ar/

FUNDACIÓN TELEFÓNICA. BLOGS DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA. MUJER Y CIENCIA: www.mujeryciencia.es

LA FLECHA. DIARIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA: http://www.laflecha.net/

“Las dos caras de la raya”. CORCOVADO CARTES, Teresa. Universidad de Extremadura: www1.unex.es/eweb/tcorco/

PORTAL PLANETA SEDNA: http://www.portalplanetasedna.com.

REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA: www.rsme.es

RED ESCOLAR: http://redescolar.ilce.edu.mx/educontinua/mate/orden/mate5b.htm

SCIENCE MUSEUM (LONDON): http://www.sciencemuseum.org.uk/

UNIVERSIDAD DE VASSAR. ENCICLOPEDIA: http://vcencyclopedia.vassar.edu/

Otras fuentes multimedia

DUKE, Daryl. 1985. *Florence Nightingale.* [DVD]. Estados Unidos: Sony Pictures Home Entertainment .

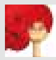
STONE, Norman (dir.). 2008. *Florence Nightingale.* [DVD]. Reino Unido: BBC

Anexo

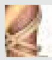
Notas sobre las ilustraciones

Escuela Pitagórica.

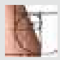
Diluida en la historia por la importancia de Pitágoras.



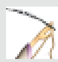
Antigua Grecia S.VI a.c.



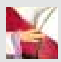
Número Aureo.



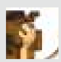
Geometría, álgebra y astronomía.



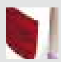
Alejandría, Siglo IV.



Nunca aceptada.

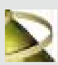


Pionera como mujer en las matemáticas.

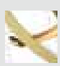


Primeras computadoras S.XIX..

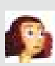
Familia aristocrática.



Capacidad científica alejada de su estatus social.

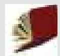


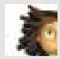
Primera programadora de la historia.

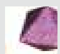


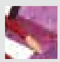
Doctorado y cátedra. 

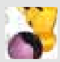
“Sobre la rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo”. 

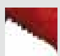
Importantes conocimientos científicos. 

Mujer adelantada a las costumbres de la época. 

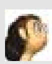
“Primer libro de geometría”. 

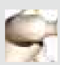
Diseño de ejercicios para la construcción de cubos en tres dimensiones. 

Estudios sobre geometría. 

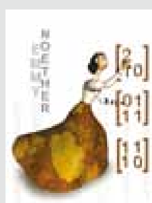
Familia aristocrática y Cambridge en la Inglaterra Victoriana. 

Álgebra. 

Importantes estudios y capacidades. 

Primera mitad del S. XX en Europa. 

Importantes teorías algebraicas llevan su nombre. 



$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad u_k \in \ldots$$

$$(\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right)_0$$

$$), G(u) = \prod_{k=1}^{\mu} (u + u_k) G_0(u), \quad (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_0 + (\mu - \mu_0)\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}\right.$$

La Federación de Enseñanza de CCOO, en colaboración con el Instituto de la Mujer, pone en marcha la colección *Otras miradas*, una serie de volúmenes, que se corresponden con las materias establecidas para las etapas de enseñanza secundaria. Se realiza con el propósito de suplir las insuficiencias existentes en los libros de texto de esas etapas, en relación con la transmisión de contenidos que visibilicen a las mujeres y sus aportaciones en todos los campos del saber.

Este primer volumen lo dedicamos al ámbito de las matemáticas. Se pretende dejar constancia del esfuerzo y de las aportaciones de las mujeres matemáticas a lo largo de la historia. Para ello, hemos escogido a 13 mujeres, de entre muchas que existen, porque creemos que sus propias vidas y sus aportaciones matemáticas son elementos de indudable interés para la formación, tanto en conocimientos como en valores, de los y las estudiantes. En base a esos dos aspectos se proponen, además, dinámicas y ejercicios para el trabajo en el aula.

El esfuerzo del profesorado en la sensibilización y en la transmisión de la igualdad como valor social básico es una tarea ineludible. En esa dirección proponemos dos aspectos fundamentales a evitar: los estereotipos sexistas, que sitúan a las mujeres en papeles relacionados con el ámbito doméstico, en exclusiva, y el androcentrismo de la ciencia, que ve el mundo desde la exclusiva mirada masculina.

CCOO enseñanza

MINISTERIO DE SANIDAD, POLÍTICA SOCIAL E IGUALDAD

SECRETARÍA DE ESTADO DE IGUALDAD

INSTITUTO DE LA MUJER

Diseña: Pardedós